# Clasificación automatizada de estrellas variables: algoritmo para la determinación de períodos y aplicación a datos simulados

Néstor Sánchez<sup>1,2\*</sup>, Raúl Velásquez<sup>1</sup>, Sandra Ocando<sup>1</sup>, Maoly Carrasquero<sup>1</sup>, Noreida Guerrero<sup>1</sup> y Maylín Uribe<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratorio de Investigaciones Astronómicas, Departamento de Física, Facultad Experimental de Ciencias, Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela. <sup>2</sup>Instituto de Astrofísica de Andalucía, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Granada, España.

Recibido: 21-01-04 Aceptado: 25-10-04

#### Resumen

Se diseñó un algoritmo que utiliza el método de Lafler-Kinman para encontrar el período de una estrella variable a partir de sus datos fotométricos, y se aplicó a datos de curvas simuladas con el objetivo de estudiar la eficiencia del mismo como una función de los parámetros que determinan la forma de una curva de luz: el período de la estrella, el número promedio de datos, la longitud de la brecha de datos faltantes, y el ruido intrínseco en los datos. En general, dentro del rango de parámetros que caracterizarían a datos reales, el método funciona adecuadamente, determinando valores de períodos muy cercanos a los períodos verdaderos con desviaciones estándar pequeñas. Para más de ~1 observación por período, el método funciona bien para determinar períodos estelares en el rango entre ~0,001 hasta ~0,1 veces el intervalo de observación, casi independientemente del tamaño de la brecha en datos faltantes y del ruido en la magnitud aparente. El valor exacto de período donde el método comienza a fallar se ubica siempre por encima de ~0,1 intervalos de observación, para el rango de parámetros estudiados. Por lo general un fallo en la determinación del período va asociado con un incremento en la desviación estándar calculada, lo cual sugiere un posible criterio para decidir si una estrella variable es o no periódica, cuando este método sea aplicado a datos reales.

Palabras clave: Estrellas variables; métodos numéricos; períodos.

# Automated classification of variable stars: algorithm for period determination and application to simulated data

#### **Abstract**

We described an algorithm that uses the method of Lafler-Kinman for finding the period of a variable star from its photometric data. The algorithm was applied to simulated data to study its efficiency as a function of the parameters that determine the shape of a light curve: the period, the mean number of data, the length of the gap in data, and the intrinsic noise. The method works very well within the range of parameter values that would characterize real data,

\* Autor para la correspondencia. E-mail: nestor@iaa.es

determining period values close to the true periods with small standard deviations. For more than  $\sim 1$  observation per period the method works well between  $\sim 0.001$  and  $\sim 0.1$  times the observation time, almost independently of the gap in the data and of the noise in the apparent magnitude. The exact period value where the method begins to fail is always close to  $\sim 0.1$  times the observation time, for the range of parameter values studied here. Generally, a failure in the determination of the period is associated with an increase in the calculated standard deviation, which suggests a possible criterion to decide if a variable star is periodic, when this method is applied to real photometric data.

**Key words:** Numerical methods; period-searching techniques; variable stars.

#### 1. Introducción

La importancia de las estrellas variables es bien conocida desde hace tiempo, tanto por su aporte en el entendimiento de la estructura y evolución de las estrellas así como por el papel que desempeñan como indicadores de distancias en Astronomía (1). Con el advenimiento de nuevos y mejores instrumentos para la adquisición y procesamiento de datos observacionales el número de estrellas variables conocidas se ha incrementado enormemente en los últimos años; además, el estudio de las estrellas variables es una de las ramas de la Astronomía con mayor colaboración proveniente de astrónomos aficionados, incrementando la cantidad de datos disponibles para ser procesados. Adicionalmente, el desarrollo de técnicas completamente automatizadas para la búsqueda y detección de estrellas variables (2, 3) hace imprescindible el diseño de algoritmos eficientes de clasificación de las mismas, de modo que los datos puedan ser procesados con suficiente rapidez. Un ejemplo de estas búsquedas robóticas es el Princeton Variability Survey (4), diseñado de forma tal que requiere muy pocos recursos técnicos y financieros, de modo que puede ser fácilmente implementado por astrónomos aficionados. El All Sky Automated Survey, o ASAS (5, 6) es también un proyecto automatizado de bajo costo que lleva varios años arrojando datos, los cuales están disponibles en el Catálogo ASAS de Estrellas Variables (7). Durante los años 1997-2000, el ASAS monitoreó unas 140.000 estrellas sobre unos 300 grados cuadrados (el 0,7% del

área total del cielo) encontrando que unas 3.800 (aproximadamente el 3%) eran variables. La extensión preliminar del proyecto ASAS al hemisferio sur arrojó alrededor de 3.000 nuevas variables, de un total de 1.300.000 estrellas más brillantes que ~15 mag (8). La necesidad de códigos eficientes de clasificación está, por tanto, plenamente justificada.

Al menos tres aspectos principales podemos discernir al intentar clasificar una estrella variable: primero debemos ser capaces de detectar tal variabilidad (y separarla del ruido aleatorio presente al medir magnitudes); una vez hecho esto tienen que poderse determinar con suficiente precisión los parámetros relevantes (tales como la magnitud media, o el período si la variable es periódica): v finalmente debe identificarse el tipo de variable (por ejemplo, si es una Cefeida o una binaria eclipsante). En este trabajo abordaremos solamente el segundo aspecto: partiendo de datos fotométricos de una variable dada, se desea poder discernir si la misma es o no periódica, y en caso de serlo, poder determinar su período con una precisión adecuada. Este es un paso previo absolutamente necesario para la posterior clasificación de una variable dentro de cualquier categoría específica, lo cual será considerado en un trabajo posterior.

La búsqueda de posibles periodicidades ocultas de una serie de datos medidos es un tema que interesa a muchas otras ramas de la ciencia además de la Astronomía, y es muy amplia la bibliografía que existe al respecto. Sin embargo, existen algunas características específicas de los datos astronómicos que deben ser tomadas en cuenta. Por ejemplo, la tasa de adquisición de datos suele tener largas secuencias perdidas debido a problemas con las condiciones de observación, además de que las fuentes de datos (las estrellas) no están, en general, disponibles durante todo el año. Los métodos diseñados hacen uso, por supuesto, de la posible naturaleza periódica de la serie de datos. Dos grandes familias de métodos pueden distinguirse en Astronomía: los que están basados en el método de la transformada de Fourier discreta (9) y las técnicas derivadas a partir del criterio de Lafler-Kinman (10), que de aquí en adelante denotaremos por LK. En principio, la incertidumbre en la determinación de períodos usando ambos métodos es del mismo orden de magnitud (11). La mayoría de los algoritmos diseñados cae dentro de alguna de estas dos categorías, pero evidentemente muchos autores han desarrollado técnicas mejoradas, aunque casi siempre adaptadas a sus necesidades particulares. En general, tanto los algoritmos basados en el método LK (3, 12-17) como los basados en la transformada de Fourier (18, 19, 20, 21) funcionan bastante bien y ninguno es claramente superior a otro, al menos cuando se aplican a sistemas periódicos sencillos (22). Sin embargo, algunos autores han señalado que los métodos basados en Fourier, en particular la modificación de Scargle (19), tienen la ventaja de que sus propiedades estadísticas son bien entendidas, pero simplemente funcionan pobremente para la detección de señales no-sinusoidales, como cuando se presentan pulsos estrechos (23). Para estos casos funcionan mejor los basados en el método LK, aunque muchas otras técnicas han sido propuestas. El método de máxima entropía (24) funciona muy bien para la detección de oscilaciones no-armónicas: el uso de técnicas de Montecarlo en la detección de señales periódicas ha sido explorado por algunos autores (25); y el uso de redes neurales como una posible

forma rápida para clasificar curvas de luz también se ha analizado recientemente (26). Métodos cada vez mas sofisticados de clasificación automatizada siguen apareciendo continuamente en la literatura (27-31).

Un inconveniente importante es el hecho de que los métodos existentes están diseñados para las necesidades particulares de cada autor, bien sea para un tipo particular de estrella variable o para un rango específico de períodos o magnitudes aparentes, restringiéndose fuertemente la aplicación bajo circunstancias diferentes. Para poder clasificar estrellas variables a partir de un conjunto arbitrario de datos fotométricos, sin conocimiento previo de la naturaleza de dicha variable, hemos tenido que desarrollar un algoritmo que hemos basado en el método de LK, dado lo sencillo y lo robusto del mismo (32). La explicación del método, así como del algoritmo diseñado y de los criterios establecidos, se da en la Sección 2. En la Sección 3 se aplica este método a una serie de datos fotométricos simulados para probar el algoritmo y estudiar su eficiencia en la determinación de períodos como función de los parámetros libres de la simulación. La aplicación a datos fotométricos reales (del Catálogo ASAS) se deja para un trabajo posterior, donde también se considerará la clasificación específica de las variables detectadas.

#### 2. El agoritmo

Sea un conjunto discreto de observaciones, en principio desigualmente separadas en el tiempo, de magnitudes aparentes  $m_i$  (i=1,2,...,N). Según el método de LK, un criterio satisfactorio para hallar períodos se obtiene calculando la cantidad (10):

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{N} (m_i - m_{i+1})^2}{\sum_{i=1}^{N} (m_i - \overline{m})^2},$$
 [1]

donde  $\overline{m} = \sum m_i/N$  es el promedio de las magnitudes medidas, y donde las observaciones han sido previamente ordenadas en fase creciente de acuerdo a un período de prueba dado  $P_t$ ; además, para la adecuada clausura en la fase se impone que  $m_{N+1} = m_1$ . Así, con cada período ensayado se obtiene un valor de  $\theta$  que da una medida de la dispersión de los datos a lo largo de una fase, y el "mejor" período de una variable es entonces aquél que minimiza  $\theta$ .

El algoritmo más simple posible consiste entonces en barrer un cierto rango de períodos posibles y buscar el que minimiza  $\theta$ . En el trabajo original de Lafler y Kinman (10) sólo se consideraron estrellas tipo RR Lyrae con un rango de períodos determinado y, como se dijo antes, los autores suelen restringir el rango de períodos de búsqueda de acuerdo a los datos que desean procesar o a un cierto conocimiento previo del posible período de la estrella. Para mantener la generalidad, el algoritmo diseñado explora los períodos posibles desde un valor mínimo que establecemos igual al intervalo de tiempo más pequeño entre dos observaciones sucesivas (no simultáneas) hasta un máximo igual a la mitad del intervalo total de observación (suponemos que se necesita observar al menos durante dos veces el período para poder detectar la periodicidad). Valores de períodos fuera de este rango dejan de ser fácilmente detectables por éste o por cualquier otro método concebible. Dado que el intervalo entre dos observaciones sucesivas puede llegar a ser un número muy pequeño comparado con el período que se quiere determinar, los tiempos de cómputo podrían llegar a extenderse demasiado si el paso de la búsqueda es de este orden de magnitud. Para evitar este problema, el algoritmo comienza con un paso relativamente grande y va acotando el mínimo de  $\theta$ , variando el paso hasta que el mismo sea del orden del intervalo mínimo entre observaciones sucesivas. Ya que al usar un paso inicial grande siempre existe la posibilidad de no localizar el mínimo verdadero de  $\theta$  (si el mínimo se presen-

ta como una línea muy estrecha, en comparación con dicho paso), el algoritmo realiza varios ensayos con pasos grandes pero variando aleatoriamente los períodos de prueba alrededor de los valores ensayados previamente, y asume como el mínimo verdadero de  $\theta$  al menor de todos los conseguidos. Este último requisito minimiza los errores que se cometen por la existencia de mínimos locales, tanto aleatorios como en los armónicos del período verdadero de la estrella. En cualquier caso, el algoritmo posee también una rutina que considera la posibilidad de que el período encontrado sea accidentalmente un múltiplo del fundamental, y busca recursivamente un posible valor del período por debajo del encontrado. Utilizando esta técnica los tiempos de cómputo nunca sobrepasaron los pocos minutos en los casos más extremos.

Los pasos básicos del algoritmo pueden resumirse como sigue:

- 1. Lectura de datos (simulados o reales)
- 2. Asignación del intervalo de búsqueda y del paso inicial  $(\Delta P_t)$
- 3. Cálculo de  $\theta(P_t)$ :
  - a. Dado  $P_t$ , primero se ordenan los datos en fase creciente
  - b. Se calcula  $\theta$  usando la ecuación [1].
  - c. Se avanza al próximo  $P_t$  y se repite desde (a) hasta llegar al final del intervalo de exploración
- 4. Búsqueda del mínimo de  $\theta$
- 5. Se modifica el intervalo de búsqueda (alrededor del mínimo encontrado) y se disminuye el paso  $(\Delta P_t)$ .
- 6. Se repite desde el punto (3) hasta que el valor de  $\Delta P_t$  sea del orden del intervalo más pequeño entre observaciones sucesivas.
- 7. El período encontrado es el valor de  $P_t$  que se corresponde con el  $\theta$  mínimo.

# 3. Aplicación a datos simulados

Nuestro primer objetivo es conocer la eficiencia del algoritmo para detectar correctamente períodos en función de las características de las curvas de luz típicas de estrellas variables. Por ello, para tener un mejor control de las variables involucradas se aplicó el método a curvas de luz simuladas. Por simplicidad se asume que la magnitud de la estrella varía periódicamente en forma sinusoidal, aunque el método de LK (y por tanto el algoritmo diseñado) es aplicable a formas arbitrarias de curvas de luz periódicas. En la práctica, los períodos de las estrellas pueden oscilar entre horas (o menos) y años, así que para mantener la generalidad se asumirá que la unidad de tiempo es el intervalo durante el cual se hicieron las observaciones; asimismo, la magnitud aparente está normalizada a la amplitud de la oscilación. De esta manera, la aplicación posterior del algoritmo a curvas de luz con períodos cualesquiera y cambios arbitrarios de magnitud es directa. Entonces, dado un período propio  $(P_0)$ , se generaron datos (magnitudes aparentes) separados entre sí por intervalos de tiempo aleatorios entre cero y un máximo dado  $(0 < dt \le dt_{max})$ . La cantidad  $dt_{\mathrm{max}}$  se relaciona con el número de observaciones promedio por período de la estrella  $(N_{obs})$  a través de la relación  $dt_{\rm max} = 2P_0/N_{\rm obs}$ . Al valor correspondiente de magnitud se le agregó un "ruido" que se supone es el resultado de los errores producidos al hacer la medida (además de las posibles fluctuaciones propias de la estrella), el cual consiste nuevamente en un número aleatorio distribuido alrededor del valor esperado de magnitud utilizando una gaussiana con una varianza dada ( $\sigma$ ). La utilización de distribuciones en el ruido distintas de la gaussiana (por ejemplo, uniforme) no afectó los principales resultados y conclusiones de este trabajo. Finalmente, para acercarnos aún más a la forma de una curva típica, incluimos la posibilidad de una brecha de datos faltantes que suelen ser producto de intervalos de tiempo sin hacer observaciones fotométricas a causa, por ejemplo, de problemas climáticos o falta de tiempo asignado a los telescopios. En la simulación, esta brecha se representa por un intervalo de tiempo  $(t_B)$  vacío de datos, que puede ir desde 0 hasta 1 (el intervalo de observación) y que se ubica aleatoriamente en algún punto en la serie de datos.

En resumen, son cuatro los parámetros que determinan la forma de la curva de luz simulada, de los cuales depende la capacidad de cualquier método para detectar periodicidades ocultas:

- 1.  $P_0$ : la razón entre el período y el intervalo de observación, evidentemente ningún método podrá detectar periodicidad para  $P_0 \approx 1$  o mayor.
- 2.  $N_{obs}$ : el número de observaciones promedio por cada período de la estrella, la señal se asemejará mucho a puro ruido si  $N_{obs} \approx 1$  o menor.
- σ: la varianza de la razón ruido/señal, para valores altos de esta cantidad es incluso imposible detectar periodicidad.
- 4.  $t_{\rm B}$ : la razón entre la longitud de la brecha y el intervalo de observación, que para el caso extremo  $t_{\rm B}=1$  implica la no existencia de ningún dato.

Para conocer los alcance y limitaciones del algoritmo diseñado lo hemos aplicado a datos simulados en la forma explicada arriba y hemos estudiado la eficiencia del método, que medimos comparando el período propio  $(P_0)$  con el período (P) determinado a partir del método de LK, como función de estos cuatro parámetros libres.

Una estimación de los valores típicos que podrían tomar estos parámetros se hizo utilizando las ~380 variables periódicas del Catálogo fotométrico ASAS-2 (7). Los períodos (en unidades de intervalo de observación) en este Catálogo están distribuidos entre  $10^3$  y  $10^{-1}$  con la mayoría alrededor de  $P_0 \approx 5 \times 10^{-3}$ ; algunas curvas de luz no presentan brechas de datos faltantes, y la máxima brecha es de ~0,45 (en unidades de inter-

valo de observación), el máximo en la distribución de brechas se encuentra en  $t_{\scriptscriptstyle B}\approx 0.15$ ; el número de observaciones por período está en el rango  $10^{-1} < N_{obs} < 10^2$ , pero la mayoría se encuentra entre 1 y 10 observaciones por cada período de la estrella; los errores en las medidas de la magnitud aparente se distribuyen entre casi cero y ~0,6 con el máximo de la distribución alrededor de  $\sigma\approx 0.3$ .

A manera de ejemplo, la Figura (1a) muestra la magnitud aparente (en la banda I) en función del tiempo (día juliano heliocéntrico) para la primera variable periódica listada en el Catálogo ASAS-2, la estrella 005759+0034.7; para la cual se tienen observaciones a lo largo de  $\sim$ 500 días, pero con una brecha de  $\sim$ 100 días sin datos, para un total de  $\sim$ 1200 datos, con un período reportado de  $\sim$ 1,6 días, y la amplitud reportada en el cambio de magnitud es de 0.096 mag ( $\pm$ 0,024 mag). De aquí puede verse que para esta estrella se tiene que

 $P_0 \simeq 0.003$ ,  $N_{obs} \simeq 4.5$ ,  $t_B \simeq 0.2$  y  $\sigma \simeq 0.25$  (7). La Figura (1b) muestra una curva de luz simulada utilizando  $P_{0}=0{,}003,\,N_{obs}=4,\,t_{B}=0{,}3$  y  $\sigma=0{,}3,\,$  donde la similitud resulta evidente. Las Figuras (2a) y (2b) muestran los diagramas de fase que resultan con los datos simulados de la Figura (1b) para dos períodos de prueba diferentes, uno exactamente igual a  $P_0(P = 0.003)$  y otro ligeramente diferente (P = 0.00299). En estas figuras puede apreciarse la filosofía detrás del método de LK (y los demás métodos de este tipo): cuando el período de prueba coincide con el "verdadero" la dispersión disminuye notoriamente (y se debe únicamente al ruido presente en los datos). El método de LK mide esta dispersión a través de la cantidad  $\theta$  y, ensayando en un rango de períodos posibles, encuentra aquél que lo minimiza. La Figura (3) muestra la cantidad  $\theta$  en función del período de prueba para la misma simulación de la Figura (1b), y puede apreciarse que se detecta fácilmente el correspondiente valor del período. La ventaja de la norma-

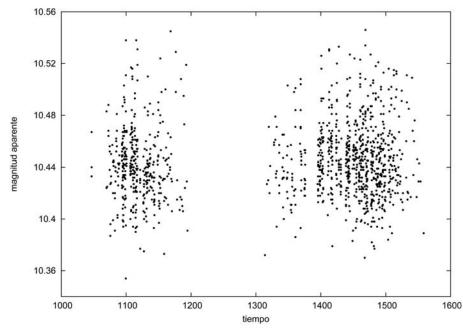


Figura 1a. Curva de luz de la variable periódica identificada como 005759+0034.7 en el Catálogo ASAS-2. La magnitud aparente es en la banda I y el tiempo está en días julianos heliocéntricos (HJD-2450000).

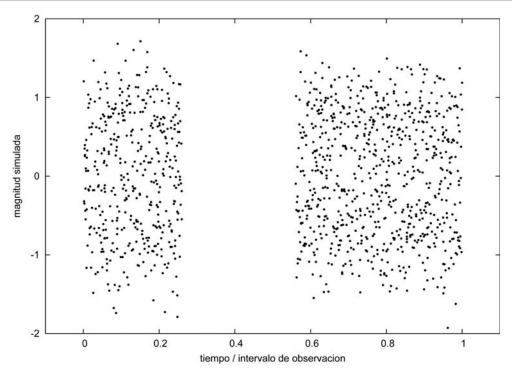


Figura 1b. Curva de luz simulada para,  $P_0=0{,}003,\,N_{obs}=4,\,t_B=0{,}3\,{
m y}\sigma=0{,}3.$ 

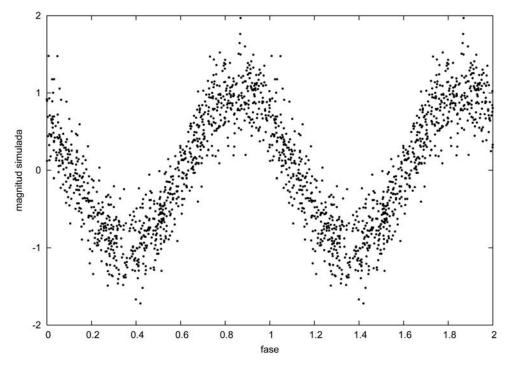


Figura 2a. Diagrama de fase para los datos simulados de la Figura (1b) usando un período de prueba  $P=0{,}003=P_0.$ 

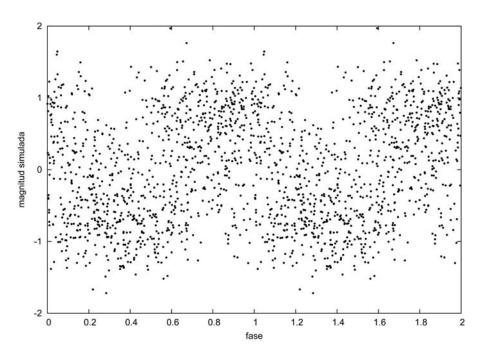


Figura 2b. Diagrama de fase para los datos simulados de la Figura (1b) usando un período de prueba  $P=0.00299 < P_0$ .

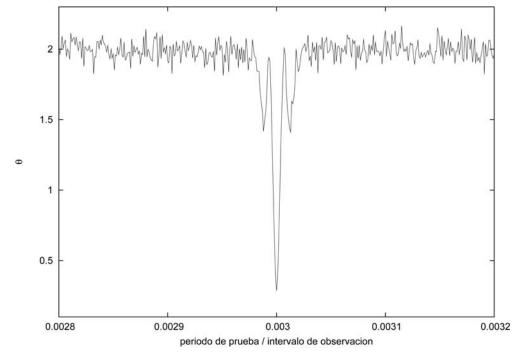


Figura 3. La cantidad  $\theta$  como una función del período de prueba para los datos de la simulación mostrada en la Figura (1b).

lización que estamos usando en las variables es que el valor de  $\theta$  que esperamos para una señal ruidosa es precisamente del orden de 2, como se ve en la Figura (3); en cambio, cuando  $P=P_0$  el valor de  $\theta$  debería acercarse al valor de  $\sigma$ .

Sin embargo, como ya se mencionó, la eficiencia del método dependerá de los valores que tomen los parámetros libres que determinan la forma de la curva de luz. En los "mejores" casos, es decir, para valores relativamente altos de  $N_{obs}$  (del orden de 10 o más),  $t_B = 0$  y  $\sigma = 0$ , el algoritmo fue probado y funcionó perfectamente para cualquier valor del período de la simulación  $P_0$ desde valores tan pequeños como del orden del intervalo más pequeño entre datos sucesivos hasta valores de 0,5 veces el intervalo de observación (el límite superior teórico para una determinación precisa). Como el algoritmo va a ser aplicado posteriormente a datos reales (del Catalogo ASAS) se hicieron ensayos dentro del correspondiente rango de valores típicos de parámetros, con el fin de conocer los verdaderos alcances y limitaciones del algoritmo. Denominaremos caso "estándar" al conjunto de parámetros que coinciden aproximadamente con los valores más frecuentes del Catálogo ASAS ( $N_{obs} = 5$ ,  $t_B = 0.15$ ,  $\sigma = 0.3 \text{ y } 10^{-3} < P_0 < 0.1$ ). Las curvas superiores de la Figura (4) (que se corresponden con el eje de la izquierda) muestran el período determinado aplicando el algoritmo (P) en función del período de la simulación ( $P_0$ ) para valores estándar de  $t_B$  y  $\sigma$  pero con cuatro valores distintos del número de observaciones promedio por período:  $N_{obs} = 0,1, 1, 5 y 10$ . Para evitar posibles fluctuaciones aleatorias en los resultados (debido a las componentes estocásticas en la simulación de los datos) se hicieron varios ensayos (simulaciones) para cada conjunto de valores de parámetros y se promedió el período determinado; la Figura (4) muestra también la desviación estándar obtenida al calcular el período  $(\sigma_{p})$  de las simulaciones (curvas inferiores, que se corresponden con el eje de la derecha). Las "buenas" determinaciones se corresponden con puntos situados en la recta de pendiente unidad (mostrada con una línea sólida en la Figura 4) y con valores pequeños de  $\sigma_p$ . Cuando  $N_{obs} = 10$  todos los puntos se encuentran sobre, o muy cerca de, la recta  $P=P_0$  y  $\sigma_p$  es pequeño (<0,1), lo cual indica que el algoritmo está funcionando bien, en el sentido de encontrar el período verdadero (simulado) con una dispersión pequeña. Esto ocurre hasta  $P \approx 0.4$ , mientras que ya para  $P_0$  = 0,5  $\sigma_p$  crece bruscamente por encima de 0,2 (indicando una determinación pobre) y el período determinado comienza a estar por debajo del verdadero (lo cual era de esperarse ya que el algoritmo asume que 0,5 es el máximo período detectable). Cuando  $N_{obs} = 5$  (caso estándar) esta situación (incremento de  $\sigma_p$  acompañado de una sub-determinación del período) ocurre a partir de  $P_0 \approx 0.3$ ; mientras que cuando se tienen pocas observaciones por período  $(N_{obs} = 1)$  la determinación del período empieza a fallar a partir de  $P_0 \approx 0.05$  o un poco más arriba. Debe acotarse, sin embargo, que en este último caso ( $N_{obs} = 1 \text{ y } P_0 = 0.05$ ) se tiene un total de ~20 datos, situación que rara vez ocurre en datos reales. Para el caso extremo  $N_{obs} = 0.1$  puede verse que el algoritmo casi siempre falla al encontrar el período, salvo alguna excepción casual. En este caso se tienen, por ejemplo, ~10 datos para  $P_0 = 0.01$ , por lo que este resultado no debe sorprender. Para  $P_0 < 0.004$  se tiene que, a pesar de que los puntos se encuentran fuera de la recta de pendiente uno, los valores de  $\sigma_n$  siempre son pequeños, lo cual se corresponde con el caso no deseado de períodos mal calculados sistemáticamente.

La Figura (5) muestra los resultados para el caso estándar pero ahora con tres valores distintos para la longitud de la brecha ( $t_B = 0, 0, 15 \text{ y } 0, 5$ ). El valor de  $P_0$  por encima del cual el algoritmo comienza a fallar disminuye a medida que aumenta el tamaño de la brecha, como era de esperarse, ubicándose

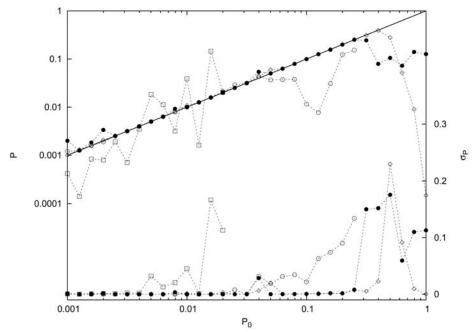


Figura 4. Curvas superiores (eje izquierdo): período determinado (P) en función del período de la simulación ( $P_0$ ) para,  $t_B=0.15$ ,  $\sigma=0.3$ y diferentes valores de  $N_{obs}$ :  $0.1~(\square), 1(\bigcirc) 5~(\blacksquare)$  y  $10~(\diamondsuit)$ . Curvas inferiores (eje derecho): desviación estándar en la determinación del período ( $\sigma_p$ ) para cada una de las simulaciones de las curvas superiores.

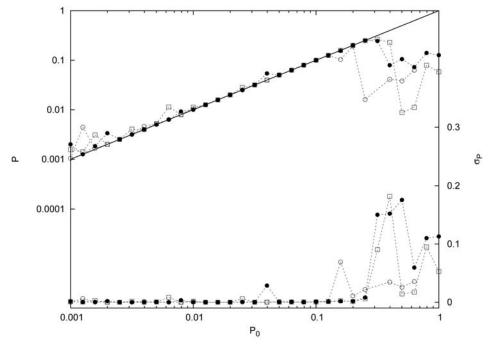


Figura 5. Como en la Figura (4) pero para  $N_{obs} = 5$ ,  $\sigma = 0.3$  y diferentes valores de  $t_B$ : 0 ( $\square$ ), 0.15 ( $\blacksquare$ ) y 0.5 ( $\bigcirc$ ).

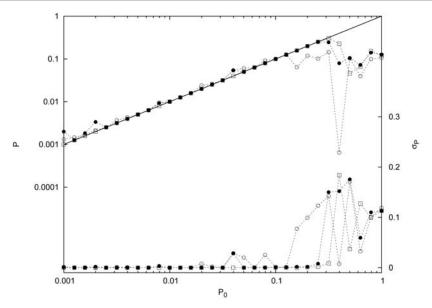


Figura 6. Como en la Figura (4) pero para  $N_{obs} = 5$ ,  $t_B = 0.15$ y diferentes valores de  $\sigma$ : 0 ( $\square$ ), 0,3 ( $\blacksquare$ ) y 0,6 ( $\bigcirc$ ).

en  $\sim$ 0,4,  $\sim$ 0,3 y  $\sim$ 0,2, respectivamente. En el extremo de muy bajos períodos  $(P_0 < 0.003)$ puede notarse que, aunque  $\sigma_{\scriptscriptstyle p}$  siempre es pequeña, P tiende a estar por encima de  $P_0$ , lo cual también se evidenció en la Figura (4) salvo para el caso  $N_{obs}$  = 0,1. Esto es porque cuando los períodos de la simulación son excesivamente bajos, es difícil para el algoritmo detectarlos, ya que el mismo comienza la búsqueda con pasos relativamente altos (por razones de optimización en el tiempo de búsqueda), y en estos casos suele conseguirse algún armónico del período Po de la simulación. Si bien es cierto que esto podría representar un problema, también es cierto que es fácilmente solucionable refinando la búsqueda de subarmónicos y sacrificando un poco de velocidad de cómputo.

El efecto de variar el ruido ( $\sigma$ ) en la medida de la magnitud se muestra en la Figura (6), donde se han graficado los resultados del caso estándar pero para tres valores distintos de  $\sigma$  (0, 0,3 y 0,6). Como antes, para altos  $P_0$  el algoritmo comienza a subestimar el período (aumentando notoriamente la dispersión), lo cual ocurre por encima de  $P_0$  = 0,4 (para  $\sigma$ =0), de  $P_0$  = 0,3 (para  $\sigma$  = 0,3) y de

 $P_0=0.2$  (para  $\sigma=0.6$ ). En general, por debajo de  $P_0\simeq 0.1$  la eficiencia del algoritmo no se ve afectada al variar  $\sigma$ .

#### 4. Conclusiones

Se ha diseñado un algoritmo que utiliza el método de Lafler-Kinman para encontrar el período de una estrella variable a partir de sus datos fotométricos. Ya que una versión modificada de este algoritmo va a ser aplicada para clasificar curvas de luz reales, hemos aplicado el algoritmo a datos de curvas simuladas con el objetivo de estudiar la eficiencia del mismo como una función de los parámetros que determinan la forma de una curva de luz ( $P_0$ ,  $N_{obs}$ ,  $t_B$  y  $\sigma$ ). En resumen se obtuvo que dentro del rango de parámetros que caracterizarían a datos reales típicos  $(10^{-3} < P_0 < 10^{-1}, 1 < N_{obs} < 10, 0 < t_B < 0.4,$  $0 < \sigma < 0.6$ ), el método funciona bien, determinando valores de períodos muy cercanos a los períodos verdaderos con desviaciones estándar pequeñas. En el rango de períodos  $10^{-3} < P_0 < 10^{-1}$  el método falla drásticamente sólo cuando se tienen pocos datos disponibles (~0,1 observaciones por período o menos), mientras que la eficiencia se ve poco afectada al variar  $t_{\scriptscriptstyle B}$  y/o  $\sigma$ . Estos resultados

nos permiten inferir que este algoritmo puede ser aplicado con éxito a datos fotométricos reales, para discernir si una estrella es o no periódica y determinar su período.

### **Agradecimientos**

Este proyecto ha sido parcialmente financiado por el CONDES (LUZ) y por el FONACIT.

## Referencias Bibliográficas

- 1. PAYNE-GAPOSCHKIN C. Ann Rev Astron Astrophys 16: 1-13, 1978.
- WELCH D.L., STETSON P.B. Astron J 105: 1813-1821, 1993.
- 3. STETSON P.B. *Pub Astr Soc Pac* 108: 851-876, 1996.
- BLAKE C. Pub Astr Soc Pac 115: 104-112, 2003.
- POJMANSKI G. Acta Astron 47: 467-481, 1997.
- 6. POJMANSKI G. *Acta Astron* 48: 35-58, 1998.
- POJMANSKI G. *Acta Astron* 50: 177-190, 2000.
- 8. POJMANSKI G. *Acta Astron* 52: 397-427, 2002.
- 9. DEEMING T.J. *Astrophys Spac Sci* 36: 137-158, 1975.
- 10. LAFLER J., KINMAN T.D. **Astrophy J** 11: 216-222, 1965.
- FERNIE J.D. Pub Astr Soc Pac 101: 225-228, 1989.
- 12. JURKEVICH I. *Astrophys Spac Sci* 13: 154-167, 1971.
- 13. BURKI G., MAEDER A., RUFENER F. **Astron Astrophys** 65: 363-367, 1978.
- 14. RENSON P. **Astron Astrophys** 63: 125-129, 1978.
- 15. STELLINGWERF R.F. **Astrophys J** 224: 953-960, 1978.

- MARRACO H.G., MUZZIO J.C. Pub Astr Soc Pac 92: 700-701, 1980.
- CUYPERS J. Astron Astrophys 167: 282-286, 1986.
- FERRAZ-MELLO S. Astron J 86: 619-624, 1981.
- SCARGLE J.D. *Astrophys J* 263: 835-853, 1982.
- HORNE J.H., BALIUNAS S.L. Astrophys J 302: 757-763, 1986.
- 21. ANDRONOV I.L. New Frontiers in Binary Star Research, ASP Conf. Ser. 38: 181-185, 1993.
- 22. HECK A., MANFROID J., MERSCH G. Astron Astrophys Supp Ser 59: 63-72, 1985.
- 23. SCHWARZENBERG-CZERNY A. Mon Not Roy Astr Soc 241: 153-165, 1989.
- 24. FAHLMAN G.G., ULRYCH T.J. *Mon Not Roy Astr Soc* 199: 53-66, 1982.
- 25. COSTA J.E.S., KEPLER S.O. *Balt Astron* 9: 451-462, 2000.
- 26. BELOKUROV V., EVANS N.W., DU Y.L. *Mon Not Roy Astr Soc* 341: 1373-1384, 2003.
- 27. OTAZU X., RIBO M., PAREDES J.M., PERA-CAULA M., NUÑEZ J. *Mon Not Roy Astr Soc* 351: 215-219, 2004.
- 28. BRETT D.R., WEST R.G., WHEATLEY P.J. **Mon Not Roy Astr Soc** 353: 369-376, 2004.
- 29. HEE-SEOK O., NYCHKA D., BROWN T., CHARBONNEAU P. *Appl Statist* 53: 15-30, 2004.
- 30. KANBUR S.M., MARIANI, H. astro-ph/0407020, 2004.
- 31. VIO R., KRISTENSEN N.R., MADSEN H., WAMSTEKER W. astro-ph/0410367, 2004.
- 32. CLARKE D. **Astron Astrophys** 386: 763-774, 2002.