

Efectos de la mojabilidad o adherencia en el desplazamiento inestable entre dos fluidos inmiscibles en un medio poroso vía simulaciones Montecarlo tipo DLA*

*Rafael Rangel y Sergio Rojas***

*Departamento de Física, Universidad Simón Bolívar, Apdo. 89000.
Caracas 1080A, Venezuela*

Recibido: 30-11-05 Aceptado: 10-04-06

Resumen

El desplazamiento de un fluido por otro de viscosidad despreciable y que preferencialmente moja un medio poroso se modela a la escala de poro mediante una regla que simula el proceso descrito por Lenormand, consecuencia de realizar experimentos de invasión por mojabilidad y que se denomina invasión cooperativa. Las ecuaciones hidrodinámicas en el régimen de Darcy, incluyendo una ecuación de borde en la interface producto de la tensión superficial y de fuerzas capilares, se simulan por medio de un cálculo Montecarlo del tipo DLA. Dado que el desplazamiento sin mojabilidad es un caso especial de la regla, un comportamiento de cross-over desde el proceso DLA al proceso de percolación invasiva, que había sido predicho con anterioridad, es recuperado. Tal predicción, además de ser simulada, ha sido medida recientemente en experimentos realizados por Ferrer y colaboradores. En forma similar y en concordancia con experimentos reportados por Stokes y sus colaboradores, el caso que incluye la mojabilidad en la regla conduce a la aparición de una longitud de escala adicional, que es más grande que la longitud de escala de los poros que describen el adedamiento en un medio poroso. Encontramos que el ancho de los troncos de los árboles que se forman escalan como una potencia del número capilar, el cual es el parámetro de control en nuestras simulaciones.

Key words: Desplazamiento inestable; desplazamiento por mojabilidad; flujo en medios porosos; simulación DLA; simulación Monte Carlo.

Montecarlo DLA-type simulations of wetting effects in immiscible fluid-fluid unstable displacement in porous media

Abstract

The displacement of a viscous fluid by another of negligible viscosity and that preferentially wets a porous medium is modeled at the pore level by a rule that simulates the process described by Lenormand in experiments of wetting invasion named cooperative

* Trabajo presentado en el V Congreso de la Sociedad Venezolana de Física, Universidad del Zulia. Nucleo Punto Fijo - Edo. Falcón, Venezuela, Noviembre 2005.

** Autor para la correspondencia. E-mail: srojas@usb.ve

invasion. The hydrodynamic equations in the Darcy regime including a boundary condition at the interface due to surface tension and capillary forces are simulated via Montecarlo DLA type calculations. Non-wetting displacement is a special case of the rule, where we recover a previously predicted over behavior from DLA to Invasion percolation (IP). This prediction has been recently measured and also simulated by Ferer et. al. The wetting case of the rule shows the appearance of a new length scale larger than the pore length scale describing fingers in porous media, in agreement with the experiments of Stokes et. al. We find the trunk thickness scales as a power of the capillary number which is the control parameter in our simulations.

Key words: DLA simulation; Monte Carlo simulation; porous media flow; unstable displacement; wetting displacement.

Introducción

Una gran actividad relacionada a la dinámica de fluidos en medios porosos se está observando recientemente tanto en el modo como en la realización de experimentos relevantes (1). En especial, Ferrer et al. (2) han realizado simulaciones y experimentos muy precisos relacionados a los procesos de invasión sin mojabilidad o drenaje (drainage). Esta serie de simulaciones y experimentos han confirmado una predicción realizada hace cierto tiempo, la cual tiene que ver con la existencia de una longitud de cross-over que separa el régimen de percolación invasiva (PI) del régimen tipo DLA, así como también la dependencia con el número capilar reportado en (3, 4).

Como es bien conocido, el desplazamiento entre dos fluidos en un medio poroso involucra un número de parámetros tal como la razón de las viscosidades entre los fluidos (describiendo desplazamiento estable o inestable), la permeabilidad del medio, la tensión superficial entre los fluidos, y la relativa facilidad con la cual los dos fluidos mojan el medio¹ (5).

Tal como se ha encontrado en los experimentos, la relativa facilidad para mojar por parte del fluido que desplaza define la forma del patrón de desplazamiento. Este caso, denominado desplazamiento por mojabilidad, ha recibido menos atención que el caso por

drenaje (drainage) (6). A pesar de ello, el mismo es un caso importante para entender los procesos de recuperación en la industria petrolera.

Desplazamiento por mojabilidad ha sido considerado por Stokes *et al.* (7) quienes investigaron experimentalmente la influencia de la mojabilidad en el caso del desplazamiento inmiscible inestable (es decir, un fluido de muy baja viscosidad μ_1 desplaza a otro de viscosidad mucho mayor μ_2 usando fluidos de razón de viscosidades $M = \mu_2 / \mu_1 \cong 200$). Esto esencialmente significa que una caída de presión se observa solamente en el fluido que está siendo desplazado. En esas investigaciones ellos encontraron que siempre que el medio era mojado preferencialmente por el fluido invasor, lo cual es denominado desplazamiento por mojabilidad o imbibición (imbibition), el ancho típico del dedo que se forma es siempre más grande que el tamaño del poro, siguiendo una ley de escalamiento que dependen de la rata del flujo, la tensión superficial y la permeabilidad del medio. En particular, para bajos números de capilaridad $C_a = \mu_2 U / \gamma$, donde γ y U son respectivamente tensión superficial de la interface y la rapidez típica del fluido desplazado lejos del contorno de la interface entre los dos fluidos, solamente un dedo se forma, y con el incremento de C_a también se incrementa la inestabilidad que destruye la estructura del dedo (tip-splitting instabilities), mientras que el ancho medio del

1 La Complejidad es aun mayor en medios porosos naturales donde puede existir un ascalamiento de la permeabilidad con el tamaño, presencia de fracturas y otros factores no considerados aqui.

dedo ($\hat{\omega}$) decrece, escalando con la permeabilidad κ del medio y $C_a^{-\alpha}$ con $\alpha = 0,51 \pm 0,1$. Ellos también encontraron rugosidad (roughness) en longitudes de escalas que van desde $\hat{\omega}$ al tamaño típico del poro (bed size) a_0 . Por otra parte, si el fluido desplazado moja preferencialmente el medio, lo cual se denomina desplazamiento sin mojabilidad o drenaje, los experimentos muestran que el ancho del dedo que se forma es del orden del tamaño del poro. Tal resultado está en concordancia cualitativa con patrones experimentales reportados con anterioridad por Lenormand et al. (8) mostrando a bajos C_a patrones de agregación similares a percolación invasiva (9) y, para altos valores de C_a patrones de agregación similares a difusión limitada (DLA) (3, 4), lo cual está en perfecta concordancia con trabajos recientes (2).

Nuestro interés principal en este trabajo es tratar el caso de la invasión con mojabilidad (wetting invasión).

Tal como hemos explicado anteriormente, la condición de contorno en la interface entre los dos fluidos es crucial para la naturaleza del desplazamiento por mojabilidad. Estos hechos fueron estudiados por Weitz et al. (10). Ellos encontraron la caída en la presión capilar ($\Delta p_c(v) < 0$) para bajas rapidez local x , volviéndose positiva con dependencia no lineal para rapidez alta, es decir, la fuerza del agua para cubrir (IMBIBE) el medio decrece, mientras que para altas velocidades la compleja interrelación de las fuerzas de imbibición y la caída de presión por la viscosidad resultan en un comportamiento no lineal efectivo que toma la forma $\Delta p_c(v) \approx \gamma / r_{th} (-1 + KN_{C_a}^x)$, en el que $N_{C_a} = \mu U / \gamma$ es el número capilar y r_{th} es un radio típico del canal (throat). Este comportamiento actúa contra la inestabilidad del dedo viscoso, estableciendo una tendencia para tener dedos más gruesos.

Por otra parte, la opinión relacionada con que la caída de presión viene dada únicamente por el producto de la tensión su-

perficial y la curvatura local en el plano x-y ($\Delta p_c(v) = \gamma \kappa$), se puede cuestionar en experimentos de desplazamiento (11). Una condición de contorno obtenida mediante análisis asintótico y que dependen de la componente normal de la velocidad fue propuesta, como de más sentido físico, para el problema de Saffman-Taylor. Desplazamiento con mojabilidad también fue estudiado por Lenormand (12), quien encontró dos casos: invasión cooperativa de los poros y colapso en los canales cuando el flujo del fluido que se adhiere se realiza en capas pelliculares (pinch off process). El mecanismo que es observado depende de la relación entre el canal y el tamaño de los poros.

En este trabajo emprendemos el desarrollo de un modelo para explicar los efectos de la adherencia (efectos de la mojabilidad) en procesos de desplazamiento. Por lo que sabemos no existen simulaciones considerando simultáneamente tanto el mecanismo de la imbibición como los efectos viscosos. Consideraremos el caso cuando el fluido que invade no se divide en aglomeraciones desconectadas y compactas debido al flujo pelicular y al proceso de pinch off (12). Este caso ocurre en medios porosos formados por empaques de esferas que usó Stokes en sus experimentos (7). En consecuencia, asumimos que el proceso principal que ocurre en la escala de poro es el de invasión cooperativa. Así, la pregunta clave sería como modelar la invasión cooperativa por medios estadísticos. La idea a seguir es que durante la invasión, el menisco invade los poros cooperativamente hasta que se tocan entre ellos alrededor de los canales, creando un único y más grande menisco, dentro de los poros con mayor curvatura (la caída de presión es menor o la presión capilar disminuye), lo cual es una situación inestable (debido a la presión no balanceada del exterior), ello acciona su movimiento hasta que canales adyacentes son invadidos, y el balance de presión es restablecido. Es nuestra intención descifrar

una regla que mimetice este comportamiento dinámico (13).

Modelo

Tal como hemos observado, el modelo debe tomar en cuenta los efectos no locales de la caída de presión viscosa, la cual es considerada por el crecimiento Laplaciano combinada con una condición de borde en la interface (3, 4). También asumiremos que el fluido viscoso satisface la ley de Darcy

$$\vec{v} = -\left(\frac{\rho}{\mu}\right)\Delta p, \text{ en la que } \vec{v} \text{ es el campo de velocidad del fluido, } p \text{ es la presión}^2 \text{ (14). Si además suponemos que el fluido es incompresible } (\nabla \cdot \vec{v} = 0), \text{ obtenemos } \nabla^2 p = 0. \text{ Este régimen de crecimiento es obtenido mediante un algoritmo Montecarlo del tipo DLA que incluye, mediante la condición de frontera en la interface, la caída de presión o discontinuidad de presión a través de la interface, la cual es definida físicamente por una presión capilar aleatoria en los canales (throats) y es representada por números aleatorios } \bar{p}_c(R), \text{ donde } R \text{ define un lugar (site) sobre la interface. Para continuar, necesitamos modelar el proceso cooperativo a nivel de los poros. Esto lo hacemos considerando una curvatura local para el menisco (meniscous) junto con la tensión superficial absoluta (bare surface tension), la cual con el producto } \tau(R)\kappa(R) \text{ nos da la caída de presión en la interface. Nosotros usamos la definición de curvatura que para un mallado fue dada por Fernández and Albarrán (15). Así, debemos considerar dos posibilidades, una en que } \tau(R) \text{ se considera una función aleatoria y la otra en que solamente produce una ponderación aleatoria del proceso cooperativo en su totalidad. Por tanto nosotros definimos}$$

$$p' = -p + \tau\kappa_{\max} + \Delta\bar{p}/2 + p_0 \quad [1]$$

donde p es la presión que satisface $\nabla^2 p = 0$, lo cual implica $\nabla^2 p' = 0$. Esta definición de

p' garantiza que la misma será positiva en todas partes. p_0 representa la presión en la parte baja de la celda (donde entre el fluido invasivo) y es la presión en todo el dominio ocupado por el fluido de viscosidad despreciable, el cual invade o desplaza.

$\Delta\bar{p}/2$ es la mitad del ancho de la dispersión de $\Delta\bar{p}_c$, representada por números aleatorios uniformemente distribuidos entre $-\Delta\bar{p}$ y $+\Delta\bar{p}$ (3, 4). $\tau\kappa_{\max}$ es el valor máximo de la curvatura local de la red. La definición de curvatura es $k = -\Delta m\Delta L / a_0$, con $\Delta m \pm 1$ cuando un lugar es aadido o removido de la interface y $\Delta L = \pm 1$, es el incremento en longitud del contorno de la interface cuando un lugar es aadido o removido respectivamente. Debemos enfatizar que esta definición fue la única que permitió obtener correctamente los argumentos de escalamiento para el caso Saffman-Taylor (15).

En el lado viscoso de la interface tenemos

$$p' = (\tau\kappa_{\max} - \tau(R)\kappa(R)) + (\Delta\bar{p}/2 - \bar{p}_c(R)) \quad [2]$$

debido a que $p(R) = \tau(R)\kappa(R) + \bar{p}_c(R) + p_0$. En la parte no viscosa $p = p_0$. τ es una función aleatoria, similar a \bar{p}_c , y es definida en cada lugar de la retícula (lattice). En este artículo τ se toma de una distribución uniforme en el intervalo (0, 1). Finalmente arribamos a la siguiente relación, clave de nuestro modelo

$$\frac{P_b(R)}{P_t} = r \left\{ \left(1 - \frac{\tau(R)\kappa(R)}{\tau\kappa_{\max}} \right) + q \left(1 - \frac{2\bar{p}_c(R)}{\Delta\bar{p}} \right) \right\} \quad [3]$$

donde $P_b(R)$ representa en el algoritmo la probabilidad de liberar un caminante desde el lugar R sobre la interface mientras que P_t es la probabilidad de liberar un caminante desde una línea justo por encima del agregado (3,4, 13). En las simulaciones Montecarlo, $\tau(R)$ y $\bar{p}_c(R)$ son matrices cuadradas generadas en forma aleatoria en cada simulación. Así,

2 This regime is fulfilled in experiments.

$$r = \frac{\tau\kappa_{\max}}{\alpha_0 \langle \Delta p \rangle}, \quad q = \frac{\Delta \bar{p} / 2}{\tau\kappa_{\max}} \quad [4]$$

en la que q es una medida adicional de la importancia relativa de la presión capilar en la escala de poro en contraposición a los procesos cooperativos que alcanzan el menisco (formación del agregado). En el límite en que $q \gg l$, obtenemos la Ecuación 2 en (3, 4), donde la Ecuación 3 se convierte en³ (Ir a (16) para una explicación)

$$\frac{P_b(R)}{P_t} = \frac{r}{2} \left(1 - \frac{2\bar{p}_c(R)}{\Delta \bar{p}} \right) \quad [5]$$

donde

$$r = \frac{\Delta \bar{p}}{\alpha_0 \langle \Delta p \rangle}, \quad \langle \Delta p \rangle = p_0 / l \quad [6]$$

Podemos obtener de la ley de Darcy ($\vec{v} = -(k / \mu)\Delta p$) la velocidad de la interface \vec{v} , por lo que $r = (k\Delta \bar{p}) / (\alpha_0 \gamma C_a)$. One has $k^2 = \alpha_0^2$, and $\Delta \bar{p} \approx \gamma / \alpha_0$ (7, 10). El parámetro r en la Ecuación 3 controla el crecimiento del cluster y es similar al definido en (3), donde el límite $r \rightarrow 0$ define el límite de DLA, lo cual corresponde a una tensión superficial que desaparece a una velocidad de empuje U infinita.

Por otra parte, la expresión entre corchetes de la Ecuación 3 define reajustes en la interface. Si los meniscos en la interface son tales que el fluido invasor forma un ángulo obtuso, como el mercurio en vidrio, entonces esperamos que $\tau\kappa_{\max}$ sea muy pequeño por lo que obtenemos el límite de no-adhesión (non-wetting no-mojabilidad) con $q \gg l$ (3, 4).

En el caso opuesto $q \ll l$, cuando las fuerzas de superficie entre poros dominan sobre las fuerzas capilares, obtenemos un medio similar al medio homogéneo estudiado en (15). En este caso, el ancho del dedo

promedio \bar{w} se aproxima al escalamiento de la forma C_a^x con $x=0,5$. En este caso no existe esencialmente estructura interna, nada de entrapamiento del fluido desplazado (ver resultados más adelante). Sin embargo, cuando ambas fuerzas compiten ($q \approx 1$), tenemos que diferenciar WD de NWD a nivel de poros. Esta distinción no es de importancia para los casos límite discutidos anteriormente. De forma similar, dado que el medio poroso imbebe el fluido invasor, queremos discutir PINING a baja rapidez local $\Delta p_c(v) < 0$, y $\Delta p_c(v) > 0$ para rapidices más altas, es decir, una presión adicional se necesita para impulsar la interface a través del medio poroso. En este caso, $\Delta p_c(v)$ actúa como un estabilizador contra la inestabilidad del adedamiento viscoso y promoviendo dedos más anchos. $\Delta p_c(v)$ varía en forma aleatoria a lo largo de la interface porque x varía en forma aleatoria. Para alcanzar tal resultado, nosotros creamos una regla estadística de la invasión cooperativa a la escala de poro que describimos a continuación. Como podemos observar de la Ecuación 3, existen dos procesos estadísticos compitiendo para promote fingers dedos. El primer término entre corchetes representa el proceso en el que tanto la tensión superficial como la curvatura local a la escala de poro definen la caída de presión. El segundo término entre corchetes representa la fuerza capilar aleatoria debida al medio poroso desordenado que asumimos es homogéneo. Aquí tenemos valores negativos y positivos con igual ponderación estadística, describiendo que avanzan o devuelven la interface además de crear patrones de desplazamiento de topología similar a percolación invasiva con entrapamiento. Además, dado que la función p' satisface la ecuación de Laplace $\nabla^2 p' = 0$, la caída de presión en la fase viscosa se toma en cuenta para crear patrones DLA. En el caso geométrico que estamos considerando (los poros y los canales tienen la misma pro-

³ Este límite fue estudiado en (3, 4), cuyas predicciones se han confirmado recientemente en los experimentos reportados por Ferrer (2), quien también realizó simulaciones basadas en modelo de redes a la escala de poros (22) obteniendo resultados en perfecta concordancia con nuestras predicciones.

babilidad de aparecer) y en el (WD), tenemos la siguiente idea del movimiento del menisco. Canales y poros son igualmente probables de estar presente. En los canales el menisco se mueve según el segundo término en la Ecuación 3. es decir, siempre que en la retícula (lattice) tal situación ocurra, en el sentido estadístico por supuesto, entonces este segundo término contribuye con una probabilidad adicional a este proceso mientras que el primer término despreciablemente en sentido estadístico. Por el contrario, siempre que en la retícula ocurra, en el sentido estadístico, un proceso en la escala de poro, el primer término debería contribuir sustancialmente a la probabilidad de que el mismo ocurra mientras que el segundo término no contribuye apreciablemente en sentido estadístico. En (WD) se debe tener presente que el proceso de invasión en los canales es más rápido que el proceso de invasión en los poros, pero en los poros entra el proceso cooperativo de invasión en juego. En (NWD) la situación es la contraria, es decir, la invasión de los poros es un proceso más rápido que la invasión en los canales, mientras que los efectos cooperativos son despreciables. La relativa importancia de los dos casos es medida en el modelo por el parámetro q . Este análisis nos lleva a la conclusión que las matrices que representan las dos funciones aleatorias enfriadas (quenched disorder) de las fuerzas capilares y la tensión superficial efectiva entre-pro, no deben operar independientemente en la simulación estocástica o de Montecarlo. De esa manera llegamos a la siguiente regla para distinguir los dos casos anteriores: cuando $\bar{p}_c(R)$ es pequeño, el $\tau(R)$ debe ser pequeño y viceversa. Decimos que $\bar{p}_c(R)$ y $\tau(R)$ están correlacionados positivamente en el caso (NWD). Para WD esperamos que cuando $\bar{p}_c(R)$ sea pequeño, el $\tau(R)$ sería grande y viceversa (correlación negativa). Un resultado típico para $r=1$, $q=128$ y $L^2=1024 \times 1024$ se muestra en la Figura 1a, b. No mostrado es el aglomerado para $r=32$ y $q=128$ aunque es análoga a la Figura 1(c) se observa para estos parámetros

que no existe diferencia en el crecimiento de aglomerados con correlación positiva y negativa, tal como hemos discutido anteriormente, además se observa el efecto de la tendencia de la interfase a la formación de un patrón parecido a un desplazamiento estable, las fluctuaciones de la interfase se vuelven menos pronunciadas, un efecto que estudiaremos con detalle en otro trabajo. Esta figura debe ser comparada con la Figura 1(c) de (7). En la Figura 1b, mostramos el crecimiento de un aglomerado para $r=128$, $q=1$ y $L^2=1024 \times 1024$ y correlación negativa. Esta Figura debe ser comparada con la Figura 1(a) de (7). Se observa una pequeña cantidad de entrapamiento, aunque la mayoría de los aglomerados muestran crecimiento compacto. El seguimiento a la interface de este aglomerado (4), revela rugosidad (ROUGHNESS) a escalas grandes con un exponente de Hurst $H=0,61$. A longitudes de escala menor $H=0,73$. Es decir, los dos regímenes DLA e IP están presente en la interface [4]. Este comportamiento cualitativo está en concordancia con los resultados experimentales reportados en (7). El ancho del dedo promedio es $\bar{w}=53,5$. Aglomerados para los cuales $q \ll l$ muestran similitudes a este caso. En la Figura 1a, tiene el mismo valor de q y r que la Figura 1b, pero fue crecido con correlación positiva. La figura muestra un entrapamiento más intenso, y parece similar para el caso, en el que $q \gg l$. Este comportamiento se va acentuando cuando q crece como se muestra en la Figura 1(d). Hemos medido la dimensión en cajas (box dimension), obteniendo para la cajita más pequeña $D_i=1,54$, mientras que para la de tamaño mayor fue obtenido 1,82, 1,87 y 1,87. Un seguimiento a la interface muestra nuevamente los dos regímenes para H ($H=0,66$ y $H=0,80$). $\bar{w}=36$ para este aglomerado. Esta figura debe compararse con la Figura 1(b) reportada en (7). La dependencia completa de $\bar{w}(r,q)$ con r y q permanece como un problema abierto. Verificación numérica involucraría una enorme cantidad de trabajo computacional. Sin embargo, podemos elaborar a cerca de la siguiente afir-

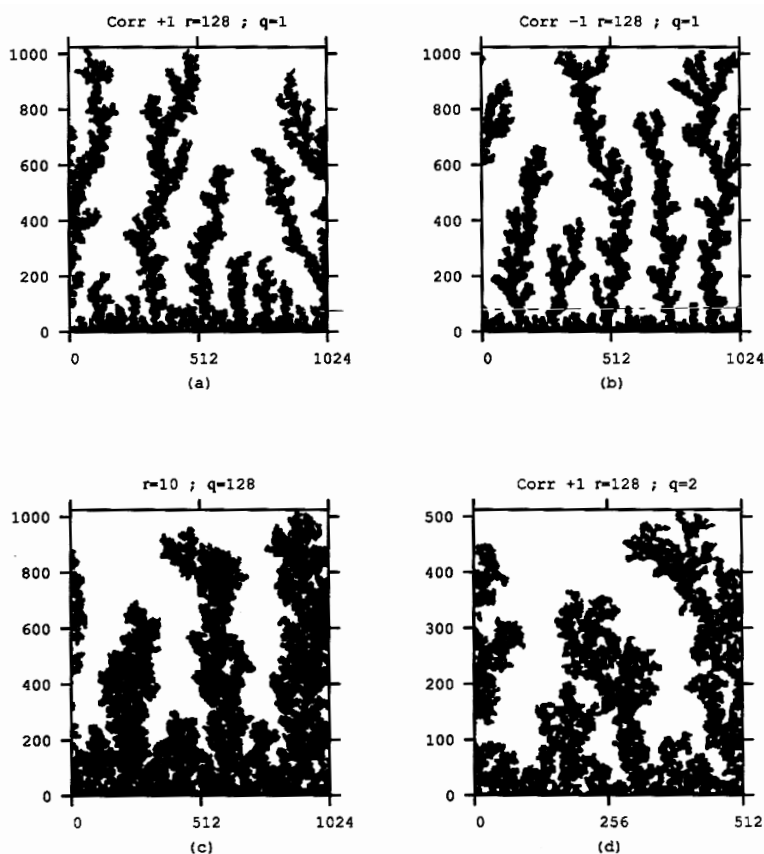


Figure 1. (a) Patrón de desplazamiento para $r=128$ y $q=1$ y correlación positiva. (b) Patrón de desplazamiento para $r=128$ y $q=1$ y correlación negativa. (c) Formación de dedos en la presencia de un intenso ruido debido a las fuerzas capilares. Patrón de desplazamiento para los parámetros $r=10$ y $q=128$ (d) Patrón de desplazamiento para $r=128$ y $q=2$ y correlación positiva.

mación: para $q \ll 1$ existirá una dependencia de \bar{w} , con $C_a^{-\alpha}$, donde $\alpha \approx 2 / (2 + D_s)$, con $D_s = 1,3$ es la dimensión fractal de la interfase longitudes de escala pequeño ($\alpha = 0,606$). dado que el parámetro q expresa la probabilidad del crecimiento mediante fuerzas capilares contra los procesos cooperativos a la escala de poro, la determinación de tal valor experimentalmente en forma directa o indirecta a priori haciendo uso de propiedades físicas es una pregunta abierta. Discutiremos esta pregunta y otros puntos abiertos en otro trabajo con más amplitud.

Resultado y Discusión

En este trabajo hemos desarrollado un modelo a nivel de poro para el desplazamiento de un líquido de viscosidad finita por uno de viscosidad despreciable cuando el líquido desplazante moja más el medio poroso que el líquido desplazado y ambos líquidos inmiscibles. El modelo toma en cuenta una combinación de tres factores estadísticos que compiten de acuerdo con diferentes intensidades en la formación de un patrón de desplazamiento. Por un lado está la caída de presión viscosa en el líquido desplazado que promueve patrones tipo DLA, por otro lado las fuerzas capilares aleatorias que promueven patrones tipo invasión percolativa con entrapamiento y por último los efectos co-

operativos a nivel de poro cuando debido a la conectividad del medio poroso los meniscos se tocan en la entrada de un poro y se promueve dentro del poro un movimiento cooperativo de los meniscos promoviendo un menisco cuya curvatura disminuye, decayendo así la caída de presión en la interfase e invadiendo cooperativamente el poro. Este último proceso promueve la aparición de una nueva escala mayor que la escala de poro originando la aparición de dedos análogos a los que existen en el problema homogéneo (viscous fingering instability) en el caso de Saffman y Taylor para el caso homogéneo (sin presencia del medio poroso). El modelo es realizado por medio de un algoritmo tipo Montecarlo DLA que toma en cuenta la caída de presión entre los líquidos inmiscibles en la interfase. La competencia a nivel de poro de los procesos definidos por fuerzas capilares y efectos cooperativos distingue en nuestra visión del problema dos casos: efectos cooperativos en el caso de desplazamiento mojante, el caso contrario efectos anticooperativos (drainage), en este caso encontramos resultados coincidiendo con casos anteriores y verificados por otros investigadores recientemente (16). Nos toca estudiar más detalles estadísticos de los dedos y su rugosidad. La posible transición de regímenes de dedos (viscous fingering instability) a un crecimiento quasi estable, un efecto que muy probablemente tendría aplicaciones en la industria petrolera.

Referencias Bibliográficas

1. BLUNT M. J., *Current Opinion in Colloid and Interface Science* 6: 197-2007, 2001.
2. AL-GHARBI M.S., BLUNT M.J. *Phys Rev* E71: 016308, 1-16, 2005.
3. FERER M., BROMHAL G.S., DUANE H.S., *Physica* A311: 5-22, 2002.
4. FERER M., BROMHAL G.S., DUANE H.S., *Physica* A319: 11-35, 2003.
5. FRETTE O.I., MALOY K.J., SCHMITTBUHL J. *Phys Rev* E55: 2969-2975, 1997.
6. DELKERT T., PENGRA D., WONG P.Z., *Phys Rev Lett* 76: 2902-2905, 1996.
7. LAGO M., ARAUJO M., *Journal of Colloid and Interface Science* 234: 35-43, 2001.
8. FERER M., CHUANG JI., GRANT S.B., JOSHUA C., GOODARZ A., DUANE H.S. *Phys Rev* E70 (016303): 1-7, 2004.
9. FERNÁNDEZ J.F., RANGEL R., RIVERO J. *Phys Rev Lett* 67: 2958-2961, 1991.
10. RANGEL R., RIVERO J. *Physica A* 191: 253-257, 1992.
11. VAN DER MARCK S.C., MATSUURA T., GLAS B.J. *Phys Rev* E56: 5675-5687, 1998.
12. WILKINSON D. *Phys Rev* A 34: 1380-1391, 1986.
13. WEITZ D.A., STOKES J.P., BALL R., KUSHNICK A.P. *Phys Rev Lett* 59: 2967-2970, 1987.
14. LENORMAND R. *Phys Rev Lett* 54: 2226-2229, 1985.
15. LENORMAND R. *J Phys Condensed Matter* 2: SA79-SA88, 1990.
16. LENORMAND R. TOUBOUL, E., ZARCONI, C. *J Fluid Mech* 189: 165-187, 1988.
17. RANGEL R., CHAOS. *Solitons and Fractals* 6: 481-485, 1995.
18. SOTKES J.P., WEITZ D.A., GOLLUP J.P., DOUGHERTY A., ROBBINS M.O., CHAIKIN P.M., LINDSAY H.M. *Phys Rev Lett* 57: 1718-1721, 1986.
19. BENSIMON D., KADANOFF L.P., LIANG S., SHRAIMAN B.I., TANG C. *Rev Mod Phys* 58: 977-999, 1986.
20. PARK C.W., HOMSY G.M. *J Fluid Mech* 139: 291-308, 1984.

-
-
21. FERNÁNDEZ J.F., ALBARRAN J.M. **Phys Rev Lett** 64: 2133-2136, 1990.
 22. FERER M., BROMHAL G.S., SMITH H., AHMADI G., DUANE H.S. **Phys Rev** E67 (051601): 1-12, 2004.
 23. TAKASHI N. **Phys Rev** A41: 5758-5760, 1990.
 24. TAO R., NOVOTNY M.A., KASKI K. **Phys Rev** A38:1019, 1988.