

Inestabilidad térmica en estrellas DAV

Josmary Labrador¹ y Nelson Falcón^{2*}

¹Facultad de Ingeniería, ²Facultad de Ciencias y Tecnología. Universidad de Carabobo.

Recibido: 30-11-05 Aceptado: 10-04-06

Resumen

El corto período de las fluctuaciones de las estrellas DAV, del orden de los centenares de segundos; el modo de oscilación de luminosidad a radio constante, y la inexistencia de procesos de fusión en tales estrellas invitan a la elaboración de modelos en el formalismo de la Teoría de Convección de Longitud de Mezcla (MLT). En el presente trabajo se adelanta un mecanismo de variación de la luminosidad de estrellas DAV (enanas blancas variables) basado en procesos termodinámicos de no equilibrio con convección homogénea. Los resultados del modelo permiten reproducir satisfactoriamente las curvas de luminosidad de las estrellas clásicas DAV: G29-38, GD 358, HL Tau-76 y WD1647+1591.

Palabras clave: Estrellas; enanas blancas; interior; variabilidad.

Thermal instability in DAV stars

Abstract

The short period of the fluctuations of stars DAV, in the order of the hundreds of seconds; the modes of luminosity oscillation's to constant radio, and the nonexistence of fusion processes in such stars invite elaboration of models in the formalism of Mixing Length Theory of Convection (MLT). In the present work a mechanism of luminosity variation in DAV stars based on thermodynamic processes of nonbalance with homogenous convection. The results of the model allow satisfactorily reproducing the light curves of DAV classic stars: G29-38, GD 358, HL Tau-76 and WD1647+1591.

Key words: Interior; stars; variability; white dwarfs.

Introducción

Las estrellas DAV cambian su luminosidad con períodos de 100 s a 1000 s (1); sus oscilaciones y sus pulsaciones (no radiales ó g modos) son usualmente atribuidas a las variaciones intrínsecas de temperatura (2), en la cual la convección podría ser un aspecto importante (3). Varios investigadores piensan sobre estas oscilaciones como on-

das de temperatura u ondas de calor (4); sin embargo, es necesario proponer un modelo evolutivo que sea consistente con las oscilaciones observadas en las curvas de luz, partiendo de un formalismo basado en las ecuaciones usuales de la evolución y la estructura estelar. Pero en los cálculos estándares de la asterosismología de las DAV se obvia la posibilidad de la propagación del calor por ondas en la ecuación de transporte de ener-

* Trabajo presentado en el V Congreso de la Sociedad Venezolana de Física, Universidad del Zulia. Nucleo Punto Fijo - Edo. Falcón, Venezuela, Noviembre 2005.

* Autor para la correspondencia. E-mail: nfalcon@ue.edu.ve

gía. Esta simplificación es falsa en materia degenerada, porque el tiempo de relajación (el tiempo que requirió para establecer el flujo de calor cuando se inició el gradiente de temperatura) no es despreciable. Falcón y Labrador proponen cómo cambia la ecuación de transporte de energía y la luminosidad en las EB cuando la propagación de calor por ondas es tomada en cuenta. Para esto, se propone un modelo simple fundamentado en la función de luminosidad, la cual se obtiene reemplazando la ley acausal de Maxwell-Fourier por la ley causal de Cattaneo (5). Finalmente se aplican los resultados a algunas curvas de luz para varias DAV.

Curvas de luminosidad

El estudio de las pulsaciones de las DAV es útil para conocer la estructura y evolución de las EB. Las DAV son multiperíodicas y las mediciones de los períodos de sus pulsaciones se emplean para medir sus masas, temperaturas, composición interna, tiempos de enfriamiento, etcétera.

McGraw, en 1976 (6), fue capaz de mostrar que los cambios en la luminosidad pueden ser explicados por las variaciones de temperatura, ya que el radio de estas estrellas permanece constante. Ahora se sabe que sus pulsaciones son g modos, ya que las variaciones en el radio son despreciables debido a la alta gravedad en la superficie.

Las curvas de luz de las DAV han sido caracterizadas por amplitudes con rangos de 0,004 mag a 0,3 mag, con multiperíodos del orden de 100 s a 1000 s y con modos de pulsación no radiales ó g modos. Robinson reporta, en 1979 (7), que las oscilaciones de las DAV con bajas amplitudes tienen pocos períodos en sus curvas de luz y que estos períodos son cortos y relativamente constantes. Las DAV con altas amplitudes tienen, en cambio, más períodos, y estos son más largos y más inestables.

Modelos y antecedentes

Böhm, en 1968 (8), propone que la convección ocurre en las capas superficiales de estas estrellas. Él plantea que la tasa de calor transferida desde el centro isothermal (degenerado) de una enana blanca a través de la no degenerada superficie afecta enormemente la tasa de enfriamiento de la estrella debido a que la convección es generalmente mucho más eficiente en los procesos de transferencia de calor que la difusión radiativa. De hecho, Böhm encuentra que las zonas de convección pueden penetrar dentro de los centros degenerados.

La teoría que estudia la propagación del calor por convección es la Teoría de Longitud de Mezcla (*Mixing Length Theory, MLT*); sin embargo, hasta ahora, esta no ha proporcionado una aproximación completamente satisfactoria en el estudio de procesos de transporte convectivos en el medio estelar. Particularmente en el estudio de las enanas blancas pulsantes, la MLT ha tenido varias modificaciones (9). En 1992, Bergeron et ál. presentaron varias versiones de la MLT para diferentes eficiencias convectivas; recientemente, en 1996, Althaus y Benvenuto (3) desarrollaron una corrección a la MLT, considerando la turbulencia convectiva.

Herrera y Falcón (10) sugieren, en 1995, que el tiempo de relajación no es despreciable en la materia degenerada. Para ello utilizan la ecuación de Cattaneo para efectuar la corrección en la MLT y obtienen una versión generalizada de esta teoría válida para lapsos menores al tiempo de relajación. Esta corrección es importante para el caso de materia degenerada y es la que se empleará en el estudio del interior de EB en este trabajo.

Ondas térmicas y ecuación de Cattaneo

La ley de Maxwell-Fourier para el flujo de energía debido a la conductividad térmica y/o la difusión radiativa es (10):

$$\vec{F}(\vec{x}, t) = -k\vec{\nabla}T(\vec{x}, t) \quad [1]$$

k es el coeficiente de conducción para la difusión de energía:

$$k = \frac{4acT^3}{3\kappa} \quad [2]$$

donde $a = 7,57 \times 10^{-15} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{K}^{-4}}$ es la constante de densidad de radiación, c es la velocidad de la luz, κ es la opacidad térmica, ρ es la densidad y F es el flujo de energía.

La ecuación 1 es justamente la ecuación de transporte de energía (por radiación, conducción y/o convección) utilizada en la evolución estelar:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4acT^3} F \quad [3]$$

La ley de Maxwell-Fourier conduce a una ecuación parabólica para T (ecuación 4), en la cual las perturbaciones se propagan con infinita velocidad (11):

$$\gamma \frac{dT}{dt} = k\nabla^2 T \quad [4]$$

donde γ es el calor específico por unidad de volumen. El origen de este acausal comportamiento se encuentra en la ley de Maxwell-Fourier, la cual asume que el flujo de energía aparece al mismo tiempo que el gradiente de temperatura.

Cattaneo (1948) propone la ecuación de flujo de energía debido a la conductividad térmica (y/o la difusión radiativa) para tiempos menores al tiempo de relajación:

$$\tau \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \vec{F} = -k\vec{\nabla}T \quad [5]$$

donde τ es el tiempo de relajación térmica. El tiempo de relajación térmica τ para materia ordinaria es despreciable ($\tau \approx 10^{-11}$ s). Hay, sin embargo, regiones altamente degeneradas donde la conductividad térmica está dominada por electrones; se espera que los

tiempos de relajación se incrementen significativamente debido al largo camino libre medio de los electrones. De hecho, en el interior de las estrellas de neutrones, el tiempo de relajación térmica es del orden de 10^2 s para temperaturas de 10^6 K (10).

La ley de Cattaneo conduce a una ecuación hiperbólica (o telégrafo) para T :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\tau\gamma} \nabla^2 T \quad [6]$$

El problema de propagación por ondas para tiempos menores al tiempo de relajación ha sido discutido por varios autores (11) e introducido recientemente en escenarios astrofísicos (5).

Assumiendo la ley de Cattaneo para el gradiente de temperatura, similarmente a la ecuación 3, se obtiene:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{3}{4ac} \cdot \frac{k\rho}{T^3} \cdot \left(\tau \frac{\partial F}{\partial t} + F \right) \quad [7]$$

Escribiendo la ecuación anterior en términos de la luminosidad, tenemos:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{2}{16\pi\alpha c} \cdot \frac{k\rho}{T^3 r^2} \cdot \left(\tau \frac{\partial L}{\partial t} + L \right) \quad [8]$$

Nótese que si τ es muy pequeño (materia ordinaria $\tau \approx 10^{-11}$ s) las ecuaciones 5 y 7 corresponden con la ley de Maxwell-Fourier (ecuación 1) y la ecuación de transporte de energía (ecuación 3), respectivamente.

Herrera y Falcón (12) formularon la MLT para tiempos menores (o del orden) al tiempo de relajación, reemplazando la ley de Maxwell-Fourier por una ecuación válida antes del tiempo de relajación: ecuación de Cattaneo para el flujo convectivo. Herrera y Falcón sugieren que el tiempo de relajación no es despreciable en materia degenerada, lo que conlleva a la existencia de ondas térmicas; en tal caso, la luminosidad cambia con variaciones cuasi periódicas:

$$L = L^{(d)} \cdot f(y, \omega) \quad [9]$$

Con

$$f(x, \omega) = \frac{1}{\omega^2 + 1} \cdot \exp\left[\frac{y}{2} \cdot (\omega^2 - 1)\right] \cdot \left[(5 + \omega^2) \cdot \cos(\omega y) - \frac{(3 - \omega^2)}{\omega} \cdot \sin(\omega y) \right] \quad [10]$$

donde f es una función del tiempo, τ es el tiempo de relajación térmica y τ_d es el tiempo de ajuste térmico.

La ecuación 9 conecta la luminosidad estándar (L) de la MLT y la luminosidad antes del tiempo de relajación térmica ($L^{(d)}$) debido a las ondas térmicas.

El tiempo de relajación viene dado en función de la conductividad térmica, la velocidad de las ondas térmicas y el calor específico (4). Para el cálculo del tiempo de relajación térmica τ (11) se utilizó la conductividad térmica propuesta por Flowers y Itoh (13) y el calor específico de Chandrasekhar (14).

$$\tau_1 \approx \frac{10^{-3} T^{-2}}{\beta^2} \quad [11]$$

La relación entre el período, el tiempo de ajuste térmico y el tiempo de relajación térmica es:

$$\sqrt{\left(\frac{4\tau}{\tau_d} - 1\right)} \frac{1}{2\tau} = \frac{2\pi}{\Gamma} \quad [12]$$

El período (P) corresponde con el período de las pulsaciones de la luminosidad medido por diferentes investigadores (7) para distintas DAV.

Curvas de luz

El tiempo de relajación no despreciable en los núcleos de las EB conduce a la existencia de ondas térmicas y a una función oscilatoria amortiguada para la luminosidad (ecuación 9). En esta sección se estudia cómo esta función de luminosidad puede ser usada para simular curvas de luz de las estrellas DAV.

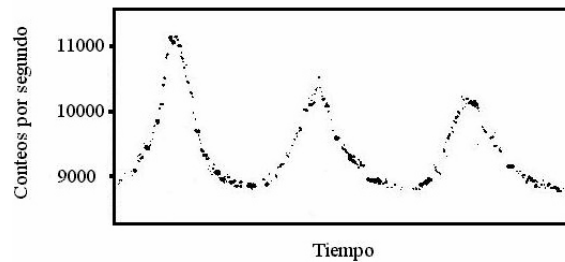


Figura 1. Fluctuación de la curva de luz de la estrella HLTau 76. Publicada por Robinson (7).

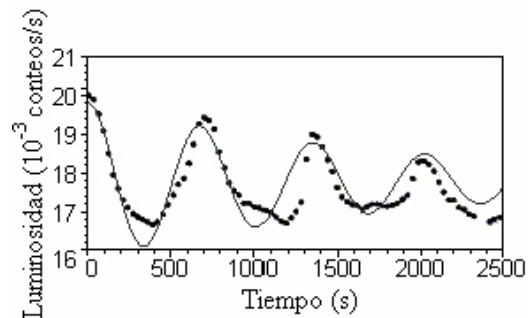


Figura 2. Curva de luz de G29-38 para $\tau=956,858$ $\tau_d=12$ y $P=674,336$ s. Data experimental debida a McGraw (15).

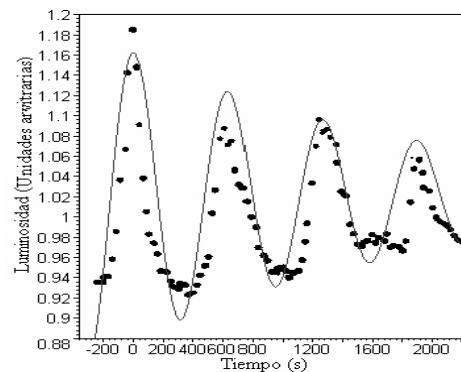
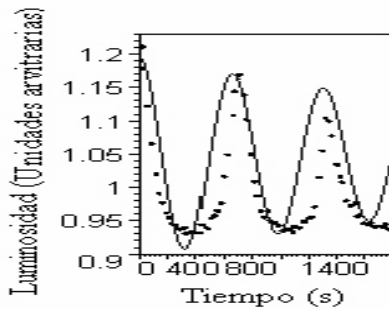


Figura 3. Simulación de la curva de luz de GD 358⁽¹⁾ para $\tau=1011,20$ s, $=10$ s y $\tau_d=632,61$ s. Data experimental debida a Robinson (16).



Figuran 4. Simulación de la curva de luz de GD 358⁽¹¹⁾ para $\tau = 1794,130$ s y $\tau_d = 6$ s y $P = 652,175$ s. Data experimental debida a Robinson (16).

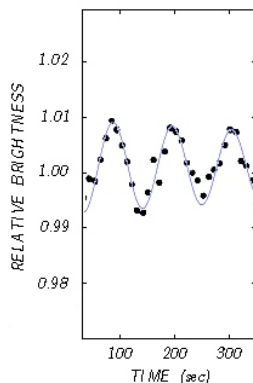
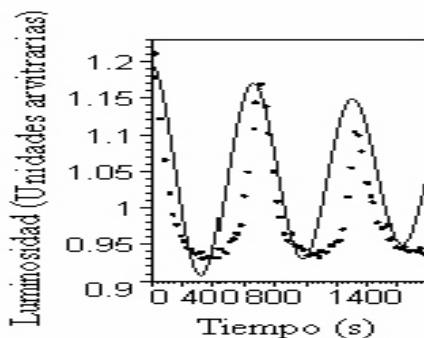


Figura 5. Simulación de la curva de luz de WD1647+1591 para $t_d = 0,5$ s y $t = 602,77$ s. Data experimental de Kepler.



Figuran 6. Simulación de la curva de luz de HL Tau 76 para $\tau = 1335,75$ s, $\tau_d = 8$ s y $P = 650$ s. Data experimental debida a Robinson (7).

Se ve en las Figuras 2, 3, 4 y 5 que se han simulado las fluctuaciones en la curva de luz, previamente seleccionadas, ajustando los valores de τ y τ_d para un período conveniente. Las discrepancias entre la función de luminosidad y la luminosidad observada en las curvas de luz de las DAV podrían ser explicadas en términos de fluctuaciones debidas a la contribución (sumas) de varios glóbulos convectivos a lo largo del tiempo.

A cada fluctuación le corresponde, según este modelo, un glóbulo convectivo. Las características de las fluctuaciones, como por ejemplo el período, y del glóbulo, como por ejemplo su radio, dependen de su DT. Por lo tanto, cada fluctuación tiene particularmente un tiempo de relajación y un tiempo de ajuste térmico. Las implicaciones de los resultados de este modelo se analizan en el próximo capítulo.

Conclusiones

Las fluctuaciones de la luminosidad debido a la propagación causal del flujo de calor insinúa un modelo aproximado para el estudio de las estrellas DAV. De hecho, en la materia de las enanas blancas es degenerada y la conductividad térmica es dominada por electrones; entonces el uso de la ecuación de Cattaneo queda justificado.

Se puede pensar en la existencia de fluctuaciones estadísticas en la densidad o en la temperatura en algunas porciones del fluido interior de las enanas blancas. Los movimientos de un glóbulo convectivo, debido al gradiente de temperatura, pueden llevar a fluctuaciones en la temperatura y, en consecuencia, a una variación en el brillo. La variación en la luminosidad debido al flujo convectivo podría tener un comportamiento oscilatorio amortiguado, como se mostró en la ecuación 9.

En escalas de tiempo comparables al tiempo de relajación, la luminosidad total es debida a la contribución del flujo radiativo (aproximadamente constante) más la contri-

bución del flujo convectivo (el cual es oscilatorio amortiguado). Conforme con este modelo los periodos de las fluctuaciones de la luminosidad podrían ser del orden del tiempo de relajación térmica. También porque el flujo convectivo es solo una fracción del flujo térmico total, entonces las variaciones en la luminosidad podrían ser amortiguadas y pequeñas con respecto a la luminosidad intrínseca. Las discrepancias entre la función de luminosidad y la luminosidad observada en las curvas de luz de las DAV podrían ser explicadas en términos de fluctuaciones debidas a la contribución (sumas) de varios glóbulos convectivos a lo largo del tiempo.

Varios flujos convectivos, cada uno debido a una fluctuación térmica específica, podrían reproducir la curva de luz de algunas estrellas DAV. De hecho, esto se muestra en las Figuras 2, 3, 4 y 5, donde se modela la curva de luz de las variables G29-38, GD 358, WD1647+1591 y HLTau 76, respectivamente.

Las presentes ideas podrían conectar el usual formalismo de la evolución estelar con las aproximaciones cuasi analíticas (distribución de la temperatura superficial como suma de armónicos esféricos) en el estudio de las curvas de luz de las estrellas DAV.

Se sugiere para futuras investigaciones la realización de un modelo más preciso que el propuesto en este trabajo, en el cual se proponga que las fluctuaciones son debidas a la contribución (sumas) de varios glóbulos convectivos a lo largo del tiempo.

Referencias Bibliográficas

1. MUKADAM A. *Evolutionary Constraints on the Second Most Stable Optical Clock*
2. VÄTH H., KOESTER K., KEPLER S.O., ROBINSON E.L. *Modeling time-resolved spectra of ZZ Ceti stars*. http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~pershome/supas097/reprints.proc_wd96/proc_wd96.html (25/3/2001).
3. ALTHAUS L., BENVENUTO O. *MNRAS* 278: 981-984, 1996.
4. FALCÓN N., LABRADOR J. *Odessa Ast Pub* 14: 141-143, 2001.
5. FALCÓN N., LABRADOR J. *Rev Mex AA (C)* 14: 20-21, 2002.
6. MCGRAW J.T., ROBINSON E.L. *Ap J* 205: L155, 1976.
7. ROBINSON L. *The Observational Properties of The ZZ Ceti Star*. Department of Astronomy University of Texas at Austin. Austin (Estados Unidos), 1979.
8. FLOWERS E., ITHON N. *Ap J* 250: 750-252, 1981.
9. FALCÓN N. *NATO Science Series, Kluwer Academic Publishers* 105: 223-226, 2003.
10. HERRERA L., FALCÓN N. *Ap&SS* 229: 105-115, 1995a.
11. Véase JOSEPH y PREZIASI, 1989, y referencias en él.
12. HERRERA L., FALCÓN N. *Ap&SS* 234: 139-152, 1995b.
13. FLOWERS E., ITHON N. *Ap. J.* 230: 847-858, 1979.
14. HANSEN C.J., KAWALER S.D. *Stellar Interiors Physical Principles, Structure and Evolution*. Springer-Verlag, Nueva York (Estados Unidos), 1994.
15. MCGRAW J.T. (*PhD Thesis*). University of Texas at Austin, 1977.
16. ROBINSON L. et al. *ApJ* 262: L11-L15, 1983.