

Libertad y Contingencia: un enfoque modal

Freedom and Contingency: a modal approach

Juan Manuel Campos Benítez
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Puebla - México

*...non dico hic contingens, quodcumque non est necessarium nec
sempiternum, sed cuius oppositum posset fieri quando istud fit.*
*Duns Scotus, De primo principio*¹

Resumen

Presentamos algunas ideas acerca de la relación entre libertad y contingencia atendiendo a sus componentes modales. Nuestra idea central es que la libertad es posible gracias a la contingencia, pero este hecho no es gratuito. En efecto, trataremos de mostrar que si bien la contingencia es básica para la libertad, esto mismo no es contingente. Pues si la contingencia misma no fuera necesaria, no podría fundamentar la libertad. Así que la contingencia misma puede recibir calificaciones modales.

Palabras clave: Libertad, contingencia, enfoque modal.

Abstract

This article presents some ideas about the relation between freedom and contingency focusing on its modal components. The main thesis is that freedom is possible thanks to contingency, but this fact is not gratuitous. This paper will try to

Recibido: 17-01-09 • Aceptado: 16-11-09

1 ...no llamo contingente aquí a todo lo que no sea necesario ni sempiterno, sino [aquello] cuyo opuesto podría llegar a ser mientras aquello es.

show that if contingency is a basic condition for freedom, then the former is not contingent. Because if contingency itself were not necessary, it could not support freedom. Thus, contingency itself could receive modal qualifications.

Key words: Freedom, contingency, modal approach.

A modo de introducción

Expresaremos nuestras ideas recurriendo al simbolismo de la lógica ya que esto simplificará nuestra exposición. Usaremos las variables proposicionales p y q , una constante F ; los operadores de la conjunción, disyunción, implicación, negación y equivalencia ($\wedge$, $\vee$, $\supset$, $\sim$, $\equiv$ respectivamente) y símbolos para la posibilidad, necesidad y contingencia ($\Diamond$, $\Box$ y ∇ respectivamente). También recurriremos a las equivalencias ordinarias entre la conjunción y la disyunción, llamadas también “De Morgan” y a las equivalencias entre operadores modales así como sus reglas elementales. Las equivalencias modales entre necesidad y posibilidad son estas:

$$\Box p \equiv \sim \Diamond \sim p$$

$$\Box \sim p \equiv \sim \Diamond p$$

$$\Box \sim p \equiv \Diamond \sim p$$

$$\sim \Box \sim p \equiv \Diamond p$$

La contingencia

La contingencia es una propiedad, es decir, se predica de algo; no es una cosa. Una propiedad es algo que comparten muchos, como la propiedad de ser humano la comparten Sócrates, Don Quijote y George Bush; todos ellos son seres humanos aunque Sócrates ya no exista y Don Quijote nunca existirá, al menos como existió Sócrates o existe Bush. Pero es una propiedad especial, pues si bien la propiedad de ser humano podría ser un ente abstracto, si admitimos la existencia de los llamados “universales”, la contingencia no es como los universales, que podrían subsistir por sí mismos, y en este sentido pueden ser “una cosa”, claro que una cosa distinta a Sócrates o a Bush. Quizá sea más adecuado decir que la contingencia es un modo de ser. La contingencia es una propiedad de algo, y nuestro problema inmediato es dilucidar de qué puede ser propiedad.

La contingencia puede ser propiedad de cosas, o más bien un modo de ser de las cosas, de ciertas cosas. Para nuestros fines nos ceñiremos a dos tipos: cosas concretas y proposiciones. Una proposición es aquello que puede ser verdadero o falso, como cuando decimos “hay un huracán en el golfo”; puede ser cierto o no. Una cosa concreta lo es Bush y si la contingencia es una propiedad de estas cosas podemos decir: “George Bush es contingente” y “que haya una tormenta en el golfo es contingente”. Examinemos brevemente el primer caso.

La existencia contingente

Decir que Bush es contingente no quiere decir que todas las cosas que digamos de él sean contingentes, pues no estamos hablando de las propiedades que lo caracterizan, como la de ser texano o ser presidente de los Estados Unidos. Queremos decir algo más básico: el hecho de que Bush sea, exista, es contingente. Esto involucra varias cosas, y algunos problemas. Primero, que cuando usamos el nombre “George Bush” lo estamos usando para referirnos a algo existente, cosa que no ocurre cuando usamos el nombre “Don Quijote”. Podemos decir de Don Quijote que es manchego o que arremete contra los molinos de viento, pero no que es, que existe.² Y cuando decimos “Bush es contingente” queremos decir “el hecho de que Bush exista es contingente”. En este sentido se trata de una abreviatura. Lo que queremos decir con que Bush es contingente es que existe, pero podría no existir. A este tipo de contingencia podemos llamarla “ontológica”, cuando se aplica a cosas, a la existencia de las cosas, de cada cosa. No trataremos esto, pero conviene aclarar que si algo es contingente, parece viable afirmar que no todo lo es. La sola lógica nos permite afirmar esto: de que algo sea contingente no se sigue que todo lo sea. Claro que es defendible la tesis opuesta, con tal de mostrar que lo contingente es lo único que existe, o el

2 Esto es otro problema, el status ontológico de las entidades ficticias, y sus propiedades. Para una aproximación a los personajes ficticios de la literatura desde los mundos posibles ver: ALBADALEJO, Tomás, (1998), *Teoría de los mundos posibles y macroestructura narrativa*, Universidad de Alicante, Murcia. GARRIDO, Antonio, compilador, (1997), *Teorías de la ficción literaria*, Arco Libros, Madrid. Y CAMPOS, Juan Manuel, (2001), “Literatura, imaginación y mundos posibles”, en *Revista de Filosofía*, No. 39, 2001-3, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.

único modo de ser de las cosas. Pero la contingencia misma parece admitir, como veremos, la necesidad.

Algunos autores hablan de verdad lógica y verdad ontológica. La segunda parece aplicarse a lo que estamos tratando, el ser de la cosa, y ser de cierta manera, ya sea contingente o necesaria. La verdad lógica se aplica a proposiciones, pasemos a ellas.

La proposición contingente

La contingencia, pues, puede aplicarse a otras cosas, como a nuestra proposición de que “hay una tormenta en el golfo”. Decir que es contingente que haya una tormenta en el golfo quiere decir que, si bien la proposición es verdadera, podría ser falsa. Y viceversa, si no hay tormenta en el golfo en este momento (supongamos que estamos en tiempos de huracanes), podría haberla, es decir, la proposición “hay una tormenta en el golfo”, aunque sea falsa, podría ser verdadera. Tenemos pues esta forma, utilizando una variable:

$p \wedge \Diamond \sim p$: hay una tormenta pero podría no haberla

$\sim p \wedge \Diamond p$: no hay una tormenta pero podría haberla

Este tipo de contingencia se le ha llamado “sartreana”.³ No es la única, pues tenemos la contingencia llamada también “doble posibilidad”, que va así: cuando decimos que es contingente que haya tormenta en el golfo estamos afirmando que es posible que la haya, pero también que no la haya. Son posibles, pues ambas cosas, pero no se afirma que la hay y no la hay a la vez, sino que tanto una como otra son posibles al mismo tiempo, es decir, simultáneamente. A esta clase de contingencia podemos llamarle “tradicional”:

$\Diamond p \wedge \Diamond \sim p$: es posible que haya una tormenta y es posible que no la haya

Nótese que la contingencia sartreana implica la tradicional, pues del hecho de que la proposición sea verdadera se sigue su posibilidad; no podría ser al mismo tiempo verdadera e imposible. En este sentido la tradicio-

3 Cfr. REDMOND Walter Redmond, Walter, (2007) *El albedrío. La libertad humana y las determinaciones*, Ediciones de la Universidad de Navarra, Pamplona. Sección A1.31. Estrictamente hablando Sartre habla del primer caso, el ser contingente de las cosas: el castaño existe pero podría no existir.

nal incluye la sartreana, si aceptamos la implicación como una relación de subconjuntos. Lo que es el caso, cierta proposición, está incluida dentro de lo que puede ser

$$p \supset \Diamond p$$

la razón es clara: no podemos afirmar que si hay tormenta, es imposible que la haya, esto sería contradictorio, pero sí podemos afirmar que del hecho de que haya tormenta, eso incluye su posibilidad. *Ab esse ad posse valet consequentia*,⁴ como decían los medievales.

Para que una acción sea libre se requiere pues la doble posibilidad, es decir, la contingencia tradicional. La contingencia sartreana, aplicada a las acciones, digamos, el fumar, dice que cierta persona, digamos fulano, fuma pero podría no hacerlo, o que no fuma pero podría hacerlo. Son estos casos, donde F quiere decir “fulano fuma”:

$$F \wedge \Diamond \sim F$$

$$\sim F \wedge \Diamond F$$

Pero en estos casos la decisión de fumar o de no fumar ya está realizada, así que este tipo de contingencia no nos sirve, pues queremos hablar de la acción libre; claro que nos sirve para explicar un cambio en la decisión de fulano, quien fuma (o no) pero le es posible la otra alternativa. En cambio la contingencia del fumar puede expresarse, de manera tradicional, así:

$$\Diamond F \wedge \Diamond \sim F$$

Así que *antes* de tomar la decisión, fulano tiene dos alternativas incompatibles; no puede fumar y no fumar a la vez. En términos de “*mundos posibles*” diremos que antes de fumar existen dos mundos posibles respecto a fulano. En uno de ellos opta por una alternativa y en el otro por la alternativa opuesta; ambos mundos son accesibles desde el mundo de fulano. Claro que dicha acción debe ser *futura*, pues la elección ocurre *antes*. Esto quiere decir que debemos tomar en cuenta el aspecto temporal de las proposiciones.

4 *Del ser al poder ser vale la inferencia.*

Contingencia y necesidad

No hemos hablado explícitamente de la necesidad, pues parece excluir la libertad. En efecto, si una acción ocurre de manera necesaria, no puede ser libre, ya que no habría alternativa a escoger. Pues la necesidad puede expresarse como negación de la posibilidad de tal manera que si es necesario que fulano fume, no podría no fumar. En símbolos tenemos

$$\Box F \equiv \sim \Diamond \sim F$$

Lo cual muestra que si una acción es contingente, no puede ser necesaria: no puede porque sería contradictorio, ya que una parte de la contingencia, uno de los conjuntos es la negación de la necesidad. Si abreviamos la contingencia como “ ∇p ” notemos lo que pasa si admitimos que el fumar es tanto necesario como contingente:

1. $\Box F \wedge \nabla F$ hipótesis
2. $\Box F$ de 1, simplificación
3. ∇F de 1, simplificación
4. $\sim \Diamond \sim F$ equivalencia de 2
5. $\Diamond F \wedge \Diamond \sim F$ definición de 3
6. $\Diamond \sim F$ de 5, simplificación
7. $\Diamond \sim F \wedge \sim \Diamond \sim F$ conjunción de 6 y 4

El paso 7 es contradictorio, así que no podemos juntar la necesidad con la contingencia, tampoco podemos juntar la contingencia con la imposibilidad (la negación de la posibilidad), pues también es contradictorio: supongamos que una acción es tanto contingente como imposible, tenemos una contradicción en el paso 6 del siguiente argumento:

1. $\nabla F \wedge \sim \Diamond F$ hipótesis
2. ∇F de 1, simplificación
3. $\sim \Diamond F$ de 1, simplificación
4. $\Diamond F \wedge \Diamond \sim F$ definición de 2
5. $\Diamond F$ de 4, simplificación
6. $\Diamond F \wedge \sim \Diamond F$ conjunción de 5 y 3

Sin embargo, la necesidad está presente de alguna manera. Hay cosas que tienen que ocurrir, hay situaciones necesarias que se presuponen para cualquier acción, pero esas situaciones necesarias expresan cierto tipo de necesidad. Por ejemplo: una persona puede fumar o abstenerse de hacerlo, pero en ambos casos tiene que respirar. El respirar es un hecho necesario para ambas cosas, y en cuanto es necesario no es algo libre, no es algo que una persona pueda elegir o dejar de hacerlo. Se trata de la necesidad física, natural; se presupone y por eso no hace falta hablar de eso cuando se trata de elegir entre fumar y no fumar.

Pero el fumar no es necesario en el sentido físico, tampoco en el sentido en el que nos interesa, el de la necesidad y posibilidad lógicas; se trata de una acción contingente. Se puede fumar y se puede no fumar, la elección está ahí y las posibilidades son simultáneas. Claro que la persona que quiere elegir entre esas posibilidades necesariamente tiene que respirar, pero eso no afecta su elección, pues es compatible con ambas. Pues ya sea que fume o se abstenga de hacerlo, en ambos casos es necesario que respire.

Así que una acción libre no puede ser necesaria ni imposible, es contingente; pero ¿no hay acaso ninguna relación entre necesidad y contingencia? Estamos hablando de acciones libres a realizar, es decir, futuras. Quizá no ocurra lo mismo cuando la referencia temporal de la acción es diferente. Supongamos que fulano, en el pasado, se decidió por fumar. Su elección fue libre y ha fumado; ahora puede dejar de fumar, pero no puede cambiar el hecho de que ha fumado. Digamos que fumó el día tal y tal; ahora ya no puede cambiar ese hecho y en ese sentido (ahora ya no puede ser de otra manera) es necesario, una necesidad débil, sigue siendo cierto que en el momento de fumar tuvo la posibilidad de no hacerlo, y ahora tiene la posibilidad, en el futuro, de dejar de hacerlo, así que ese tipo de necesidad no niega lo que hemos dicho. Pero podemos preguntarnos por la cualificación modal de la contingencia misma, no en el pasado ni en el futuro, sino en sí misma (lo cual la hace aplicable a cualquier tiempo).

¿Necesidad de la contingencia?

La pregunta suena un poco rara, pero analicémosla de cerca. Nos preguntamos ahora por el status modal de ∇F , y puede admitir varios. En un sentido trivial es posible, como hemos venido demostrando, que *del ser al poder ser vale la inferencia*. Si es contingente que fulano fume, es posible que sea contingente $\Diamond \nabla F$, lo cual nos lleva a la siguiente fórmula:

$$\Diamond (\Diamond F \wedge \Diamond \sim F)$$

Si se me permite distribuir el operador externo a cada parte del conyunto tendríamos:

$$\Diamond \Diamond F \wedge \Diamond \Diamond \sim F$$

Donde cada conyunto admite esta lectura: es posible que sea posible, lo cual equivale simplemente a es posible;⁵ esto nos permite eliminar en cada uno el primer operador modal, lo cual nos conduce de nuevo a la contingencia sin más.

Pero lo interesante es preguntarnos por las otras dos cualificaciones modales, la necesidad y la imposibilidad de ∇F , el dilema es:

$$\Box \nabla F \vee \sim \Diamond \nabla F$$

Si afirmamos que es imposible que el fumar sea contingente ($\sim \Diamond \nabla F$) tenemos que aceptar que es necesaria una de dos: o es necesario fumar o es necesario no fumar, por el siguiente argumento:⁶

- | | |
|--|--|
| 1. $\sim \Diamond \nabla F$ | hipótesis |
| 2. $\sim \Diamond (\Diamond F \wedge \Diamond \sim F)$ | definición de la contingencia en 1 |
| 3. $\Box \sim (\Diamond F \wedge \Diamond \sim F)$ | equivalencia entre $\Box$ y $\Diamond$ en 2 |
| 4. $\Box (\sim \Diamond F \vee \sim \Diamond \sim F)$ | equivalencia entre $\wedge$ y $\vee$ en 3 |
| 5. $\sim \Diamond F \vee \sim \Diamond \sim F$ | eliminación de $\Box$ en 4 |
| 6. $\Box \sim F \vee \Box F$ | equivalencias entre $\Box$ y $\Diamond$ en 5 |

5 De hecho expresan un teorema reductivo de S4 ($\Diamond \Diamond p \supset \Diamond p$), así que en este sistema puede probarse nuestra distribución; “reductivo” porque en el consecuente hay menos operadores modales.

6 En aras de la brevedad simplifiqué el argumento, puede probarse todo según las reglas de la lógica proposicional y modal en un sistema de deducción natural. Cfr. REDMOND, Walter (1999) *Lógica simbólica para todos*, Universidad Veracruzana, Xalapa. p. 174. También consultar Cfr. KONYNDYK, Keneth, (1986), *Introductory Modal Logic*, University of Notre Dame Press. pp. 51-55. En la sección 4.4 se aplica el método de deducción natural en un argumento.

En ambos casos de la disyunción, la elección no puede ser libre ya que es necesario que fume o que no lo haga, así que debemos rechazar que la contingencia sea imposible, el paso 1 del argumento anterior, no permite la libertad de la acción. No estamos mostrando que sea contradictoria, sino que no permite la elección; si queremos hablar de la libertad tenemos que rechazar la hipótesis de 1. Esto nos lleva al siguiente argumento:

1. $\Box \nabla F \vee \sim \Diamond \nabla F$ hipótesis
2. $\sim \sim \Diamond \nabla F$ por el argumento de arriba
- Luego:
3. $\Box \nabla F$ por silogismo disyuntivo 1 y 2

Lo cual muestra que la contingencia es necesaria, es decir, si negamos su imposibilidad tendremos que aceptar su necesidad. Se puede notar que en 2 al negar la imposibilidad de la contingencia estamos afirmando su posibilidad, pues la doble negación bien puede eliminarse según las reglas ordinarias de la negación, y que esto nos sirve para afirmar su necesidad en 3. Esto podría incomodar a más de un lector que piense que la contingencia no puede recibir status modal, el de la necesidad.

Una posible objeción

En efecto, el lector podría objetar que estamos pasando ilícitamente de una proposición posible a una necesaria, lo cual no es lógicamente válido. Es como pasar de una proposición particular a una universal, lo que hace la inducción. Pero las reglas de la lógica son deductivas. El problema es el paso de la posibilidad a la necesidad.

Nos podemos defender de esta objeción de varias maneras. La primera consiste en decir que el paso de la posibilidad (sin más) a la necesidad es ilegítimo, por lo menos en el sentido usual, en la lógica modal que trata las propiedades modales de las proposiciones. Pero no hemos pasado de la posibilidad sin más a la necesidad, el paso 1 ($\Box \nabla F \vee \sim \Diamond \nabla F$) incluye el operador de la necesidad, en ambos disyuntos. El paso 2 ($\sim \sim \Diamond \nabla F$) también tiene operadores “acumulados”, por decirlo así, pues dada la definición de la contingencia, encontramos más operadores dentro de toda la expresión. Así que no hemos dado el salto de la mera posibilidad a la necesidad. La objeción es válida si el paso

de la posibilidad de la contingencia a su necesidad tuviera la forma de la siguiente implicación (donde p sería la proposición contingente):

$$\Diamond p \supset \Box p$$

Lo cual es pasar de lo posible sin más a lo necesario. Lo que queremos expresar tiene más bien esta forma:

$$\Diamond p \supset \Box \Diamond p$$

donde podemos notar que si bien el antecedente de las dos proposiciones modales es el mismo, el consecuente es distinto aunque en ambos casos tenga el operador de la necesidad, en el segundo permanece la posibilidad, así que no hemos pasado de lo posible a lo necesario.

Otra manera de salir de la objeción consiste en recurrir a la semántica de los mundos posibles para aclarar lo que quieren decir esas fórmulas modales. Podremos mostrar entonces la pertinencia de nuestros argumentos.

La semántica de los mundos posibles y nuestras fórmulas modales

La semántica de los mundos posibles descansa en una relación fundamental, la accesibilidad A ; vale fundamentalmente para el operador de la posibilidad. Si decimos que una proposición es posible, relativa a cierto mundo, el nuestro por ejemplo, llamémoslo m_1 , entonces esa proposición es verdadera en un mundo m_2 , de tal manera que m_1 es accesible a m_2 , $m_1 A m_2$, así que tenemos esta relación, donde “ V ” quiere decir “verdadero”:

$$m_1 A m_2: V(\Diamond p) \text{ en } m_1 \text{ si } V(p) \text{ en } m_2$$

Que expresamos con el siguiente diagrama

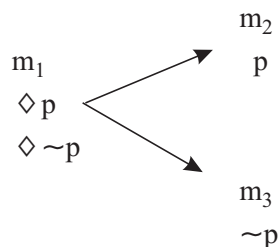
$$\begin{array}{ccc} m_1 & \rightarrow & m_2 \\ \Diamond p & & p \end{array}$$

La contingencia sartreana ($p \wedge \Diamond \sim p$) queda diagramada así:

$$\begin{array}{ccc} m_1 & \rightarrow & m_2 \\ \Diamond \sim p & & \sim p \\ p & & \end{array}$$

Indica que, siguiendo nuestro ejemplo, fulano fuma en m_1 pero tiene la posibilidad de no hacerlo, en m_2 .

La contingencia tradicional, es decir, la doble posibilidad queda diagramada así:



m_1 es accesible tanto a m_2 como a m_3 ; fulano puede fumar o no, la decisión no está tomada y tiene ambas posibilidades. En un mundo m_2 opta por fumar pero en otro mundo m_3 opta por no hacerlo. En el mundo real (m_1) puedo hacerlo y puede no hacerlo. Cuando tome la elección tendremos la situación sartreana. En este sentido, la contingencia tradicional es lógicamente anterior a la sartreana, pues antes de fumar tuvo la posibilidad de no hacerlo. Sin embargo, ésta nos ayuda a entender el cambio, cuando una opción ya ha sido tomada pero podemos todavía optar por la otra, que sigue siendo accesible. Independientemente de cual sea la opción tomada, S5 nos garantiza que la otra opción sigue siendo posible.

Expresemos ahora lo que quiere decir que la contingencia es necesaria en términos de nuestros diagramas. Pero antes y para no complicar los esquemas diremos que si una opción ha sido tomada, en cualquier mundo, ya es posible, sin embargo, no tenemos que volver a expresar esto, pues sería redundante, como en este esquema, donde partimos del mundo actual m_1 con una proposición p y llegamos a lo mismo en m_2 , la misma proposición.

Esquema redundante: ER

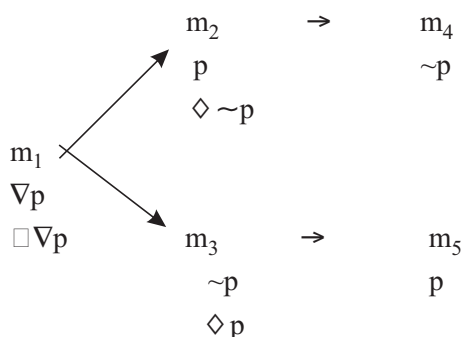


La necesidad de la contingencia

Si la proposición contingente es necesariamente contingente tenemos el siguiente esquema, donde aparecen dos proposiciones modales en m_1 ,

una para la contingencia y otra para la necesidad de la contingencia. Ahora bien, una proposición necesaria es aquella que es verdadera en todo mundo posible a los que puede acceder. Tenemos estas relaciones (m_1Am_2), (m_1Am_3), pero como $\Box \nabla p$ es accesible a todos ellos podemos ubicar ahí esa proposición modal quitando ER, para evitar complicaciones innecesarias (es decir, colocamos en cada mundo accesible a m_1 la fórmula de la contingencia sin el operador de la necesidad, lo cual nos da la conjunción de las posibilidades, luego omitimos una parte para evitar ER). Cada fórmula en cada mundo nos lleva a estas nuevas relaciones de accesibilidad (m_2Am_4), (m_3Am_5).

Tenemos pues el siguiente esquema:



En términos sencillos quiere decir que es contingente que fulano fume, pero esa contingencia es necesaria (estamos en m_1). Si es contingente que fulano fume, puede fumar (fuma en m_2) y puede no fumar (no fuma en m_3); pero si fuma *podría no* hacerlo (m_2Am_4) y si no fuma *podría* hacerlo (m_3Am_5).

Decir que la contingencia es necesaria nos permite afirmar que, una vez tomada una decisión, la otra alternativa permanece posible, sigue siendo accesible, y esto puede mostrarse en el sistema modal S5; claro que una vez necesaria, su accesibilidad a los mundos puede mostrarse en los sistemas más débiles. Pues si es necesaria en m_1 la proposición será verdadera en m_2 y m_3 sin el operador de la necesidad. Y puede conservar el operador en el sistema S4.⁷

⁷ Cfr. GIRLE, Rod, (2000), *Modal Logics and Philosophy*, McGill-Queen's University Press, Montreal & Kingston. Cap. III. Que a diferencia de Redmond y Konyndyk, establece sus teoremas en base a árboles semánticos.

Imposibilidad y contingencia

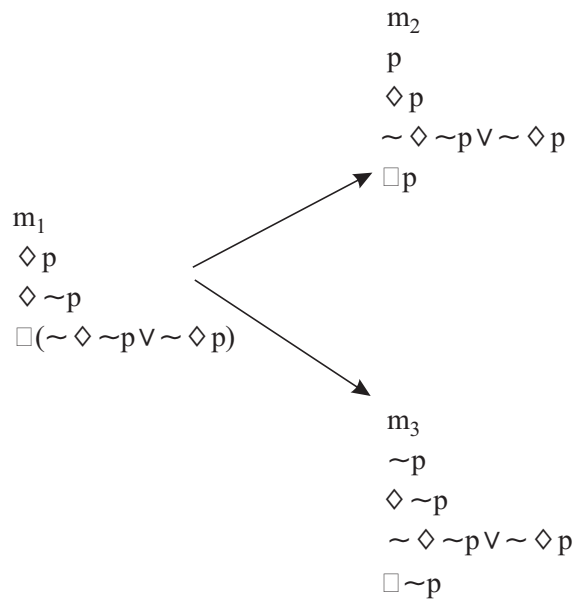
Si aceptamos que la contingencia es imposible, tendremos que aceptar que la acción “elegida” es necesaria, independientemente de cual sea ésta. Veamos porqué.

Supongamos que p es contingente en m_1 , así que será verdadero ahí $\Diamond p$ y $\Diamond \sim p$; si aceptamos que es imposible tendremos $\sim \Diamond (\Diamond p \wedge \Diamond \sim p)$, que equivale a $\Box \sim (\Diamond p \wedge \Diamond \sim p)$, y esto es afirmar la necesidad de que p es o bien necesaria (recordemos que $\sim \Diamond \sim p$ equivale a $\Box p$) o bien imposible, $\Box (\sim \Diamond \sim p \vee \sim \Diamond p)$, por la equivalencia entre conjunción y disyunción. Tenemos m_1 nuestro primer paso para diagramar:

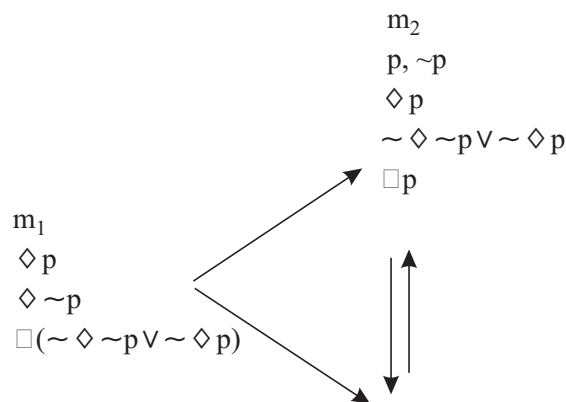
$$\begin{array}{l} m_1 \\ \Diamond p \\ \Diamond \sim p \\ \Box (\sim \Diamond \sim p \vee \sim \Diamond p) \end{array}$$

Como en m_1 tenemos dos fórmulas de posible, tendremos acceso a dos mundos, m_2 y m_3 así que $(m_1 A m_2)$ y $(m_1 A m_3)$. Pero la tercera fórmula puede transmitirse tanto a m_2 como a m_3 quitando el operador de la necesidad, pues una proposición necesaria es verdadera en todo mundo posible al que tiene acceso. Si permitimos pasar de p a $\Diamond p$ en m_2 y de $\sim p$ a $\Diamond \sim p$ en m_3 (claro que esto nos llevaría, si queremos graficar, a nuestro ER que omitimos), por la regla del silogismo disyuntivo tendremos que la opción en cada mundo es necesaria, dadas las equivalencias entre posibilidad y necesidad.

Hasta aquí el resultado es que si negamos la posibilidad de la contingencia, cualquier opción que tomemos es necesaria, pues en m_2 la opción p es necesaria y en m_3 lo es la opción $\sim p$:



Pero nos falta dar un paso: tenemos las siguientes relaciones, (m_1Am_2) , (m_1Am_3) , pero tanto en m_2 como m_3 tenemos proposiciones necesarias. Si aceptamos las siguientes relaciones (m_2Am_3) y (m_3Am_2) , esto es la simetría característica de S5, tendremos mundos contradictorios (m_2 y m_3) pues si $\Box p$ es verdadera en m_2 , p será verdadera en m_3 lo cual nos lleva a contradicción, pues ahí es $\sim p$ es verdadera. En m_3 es verdadera $\Box \sim p$ y por la relación de simetría (m_3Am_2) $\sim p$ será verdadera en m_2 , lo que nos lleva otra vez a la contradicción. Se puede diagramar así:



$$\begin{aligned}
& m_3 \\
& \sim p, p \\
& \Diamond \sim p \\
& \sim \Diamond \sim p \vee \sim \Diamond p \\
& \Box p
\end{aligned}$$

Así que la contingencia es incompatible con la imposibilidad, pues conduce a mundos contradictorios. Pero es necesaria para garantizar la plena opción libre. Cada acto libre sigue siendo libre en el sentido en que una vez realizado permite la *posibilidad* de la otra opción, como hemos visto.

¿Es contingente la contingencia?

Sin duda el lector habrá notado que nos hemos preguntado por el status modal de la contingencia y que hemos dicho algo acerca de la posibilidad, la imposibilidad y la necesidad de la contingencia. Pero no hemos dicho nada acerca de la contingencia. ¿Admite la proposición contingente la contingencia? Es decir, nos preguntamos si vale la siguiente fórmula:

$$\nabla p \supset \nabla \nabla p$$

La fórmula $\nabla \nabla p$ parece inocua, pues se trata de acumulación de operadores modales, como en el caso de la posibilidad. Llamemos “A” a nuestra proposición contingente (∇p), que nos servirá como un paso intermedio para lo que queremos mostrar, así que al calificar A como contingente tendremos:

$$\Diamond A \wedge \Diamond \sim A$$

La primera parte del conyunto nos remite a 3.1 y a la distribución de la posibilidad y la subsecuente reducción del operador según el teorema de S4 ($\Diamond \Diamond p \supset \Diamond p$); pues al sustituir $\Diamond A$ por $\Diamond (\Diamond p \wedge \Diamond \sim p)$ no obtenemos nada nuevo. Pero $\Diamond \sim A$ sí nos dice algo interesante, ya que afirma, sustituyendo A, que:

$$\Diamond \sim (\Diamond p \wedge \Diamond p)$$

lo cual conduce a afirmar que la posibilidad de p es o bien necesario o imposible, por las equivalencias entre posibilidad y necesidad y las equivalencias entre conjunción y disyunción:

$$\Diamond (\Box p \vee \Box \sim p)$$

cualquiera de los dos disyuntos es la negación de la contingencia. La contingencia más la posibilidad de su negación son inconsistentes, pues juntas llevan a negar el principio de no-contradicción. Nótese el siguiente argumento donde usamos las siguientes abreviaturas: h: hipótesis, ec: eliminación de la conjunción, eq: equivalencias entre posibilidad y necesidad, i: iteración, seguida del sistema modal utilizado, econ: regla eliminación de la contradicción, ed: regla eliminación de la disyunción, ep: regla de eliminación de la posibilidad:

1.	∇p	contingencia
2.	$\Diamond(\Box p \vee \Box \sim p)$	posibilidad de la no contingencia
3.	$\Diamond p \wedge \Diamond \sim p$	definición de la contingencia
4.	$\Diamond p$	ec 3
5.	$\Diamond \sim p$	ec 3
6.	$\Box \Box p \vee \Box \Box \sim p$	h
7.	$\Box p$	h
8.	$\sim \Diamond \sim p$	eq. 7
9.	$\Diamond \sim p$	i 5 S5
10.	$\Diamond (p \wedge \sim p)$	econ 8, 9
11.	$\Box \sim p$	h
12.	$\sim \Diamond p$	eq. 11
13.	$\Diamond p$	i 4 S5
14.	$\Diamond (p \wedge \sim p)$	econ 12, 13
15.	$\Diamond (p \wedge \sim p)$	ed 6, 7-10, 11-14
16.	$\Diamond (p \wedge \sim p)$	ep 2, 6-15

Así pues, afirmar que la contingencia misma es contingente conduce a afirmar la posibilidad de una contradicción, y si aceptamos el principio de no contradicción como teniendo la forma:

$$\sim \Diamond (p \wedge \sim p)$$

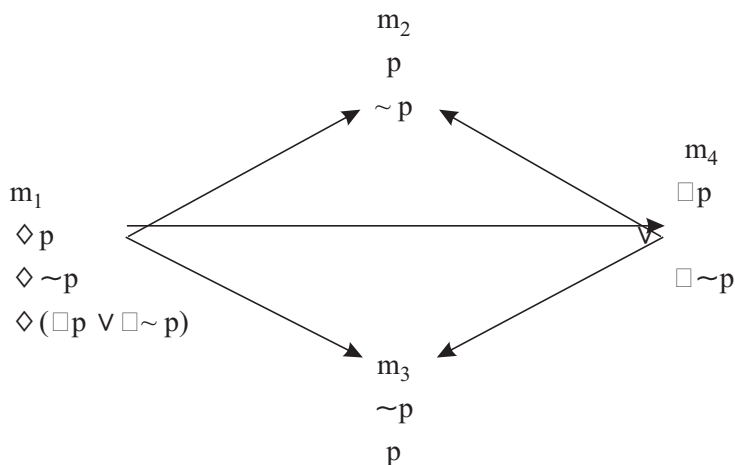
las premisas conducen a negar este principio. Podemos expresar también esto en nuestros diagramas mostrando que las premisas conducen a mundos contradictorios.

La estrategia será la siguiente: colocamos en m_1 tres proposiciones: $\Diamond p$, $\Diamond \sim p$ y la proposición que admite la posibilidad de la no contingencia $\Diamond (\Box p \vee \Box \sim p)$ -si es posible que p no sea contingente, puede ser necesaria o imposible; esto último es nuestra proposición. Luego procedemos con las relaciones de accesibilidad, que serán tres pues tres son las proposiciones posibles en m_1 :

$m_1 A m_2$ donde p es verdadera
 $m_1 A m_3$ donde $\sim p$ es verdadera
 $m_1 A m_4$ donde vale la disyunción $\Box p \vee \Box \sim p$

Ahora bien, y este es el paso crucial, si admitimos que cada disyunto de m_4 , al ser una verdad necesaria “regrese”, por decirlo así, a los mundos anteriores, tenemos ya mundos contradictorios y las relaciones han sido simétricas, característica de S5. No es necesario regresar cada proposición a todos los mundos accesibles desde m_4 , pues sería redundante, basta con la proposición que forma la contradicción.

$m_4 A m_2$ donde $\sim p$ “regresa” desde uno de los disyuntos
 $m_4 A m_3$ donde p “regresa” desde uno de los disyuntos



Así que la contingencia misma no es contingente, sino necesaria, como hemos visto.

Consideraciones finales

No hemos tratado de definir la libertad ni mucho menos, pero sí hemos destacado alguno de sus presupuestos, a saber, la contingencia. Pues una acción libre es una elección entre alternativas posibles. Y aquí es donde entran la modalidad y los sistemas modales. Hemos visto que el sistema S5 es el que mejor encuadra con nuestras intuiciones pues nos permite entender por qué, luego de una elección, la alternativa opuesta sigue siendo posible. Una manera menos elegante de decir esto es: la libertad no se pierde con la elección, pues la alternativa sigue estando “ahí” en el momento mismo de optar por una de ellas.

Nuestra pregunta inicial ha sido el status modal de la proposición contingente. Hemos visto que admite la necesidad y la posibilidad, pero esta última es redundante. La imposibilidad y la contingencia misma resultan inconsistentes con la contingencia. Este último resultado podría parecer paradójico, pues decir que la proposición contingente misma es contingente no suena problemático. Sin embargo, la presencia de la negación dentro de la contingencia nos ha conducido a resultados quizá inesperados, como lo es aceptar que la proposición contingente misma *no* puede ser contingente. Pero esto no es nada nuevo pues previamente habíamos mostrado la necesidad de la contingencia, así que era de esperar que no fuese contingente.