



Omnia Año 19, No. 3 (septiembre-diciembre, 2013) pp. 58 - 73
Universidad del Zulia. ISSN: 1315-8856
Depósito legal pp 199502ZU2628

Algunos principios psicológicos para una instrucción de la matemática avanzada

Rexne Alberto Castro Urdaneta

Resumen

El presente trabajo de carácter cualitativo, tiene como propósito describir algunos principios psicológicos que direccionan el proceso instruccional de la matemática avanzada que se administra en el nivel de pregrado del Sistema Educativo Venezolano. A tal efecto el tipo de investigación fue el documental-deductivo, puesto que se analizaron los materiales teóricos cotejados como fase previa y el de campo-abductivo con una interpretación subjetiva como fase final, lo que generó el proceso que permitió producir de una manera compartida y significativa, el conocimiento matemático, tanto externo como interno a los alumnos durante un conjunto de acciones didácticas en un aula de clases.

Palabras clave: Pregrado, matemática, instrucción, psicología, aprendizaje.

Some Psychological Principles for Instruction in Advanced Mathematics

Abstract

This work of a qualitative nature proposes to describe some psychological principles that direct the instructional process in advanced mathematics administered at the undergraduate level in the Venezuelan educational system. Research was of the documentary-deductive type, since the theoretical materials collated in a previous phase were analyzed, and also, of the abductive, field type with a subjective interpretation in the final phase. The latter

* Lic. en Educación . Mención Ciencias Matemáticas. Magister en Matemática Mención Docencia. Doctor en Ciencias Humanas. Director de la División de Estudios para Graduados de la Facultad de Humanidades y Educación de LUZ. Email: rex nec7@gmail.com

generated a process that permitted producing mathematical knowledge in a shared and meaningful way, both external and internally with the students during a set of didactic actions in a classroom.

Keywords: Undergraduate, mathematics, instruction, psychology, learning.

Introducción

Sobre la educación matemática se han estudiado diversos problemas que se suscitan en distintos niveles educativos, los cuales han contribuido al mejoramiento de la calidad del proceso instruccional de esta disciplina.

El trabajo que se presenta profundiza sobre los principios psicológicos que se pueden considerar para promover el proceso instruccional de la matemática que se administra en el nivel de pregrado de la Educación Universitaria, declarada por la Ley Orgánica de Educación de la República Bolivariana de Venezuela (2009) como el último nivel del Sistema Educativo Venezolano, y específicamente en estudios que requieran una avanzada formación de esta área de conocimiento.

Como principio se parte de la convicción de que el docente requiere dominar un conjunto de conocimientos multidisciplinares, entre otros se encuentran los contenidos que ha de enseñar (matemática), los procesos mentales que se deben promover en los alumnos (aprendizaje) y poseer las habilidades para diseñar las experiencias de aprendizaje más pertinentes a fin de que los estudiantes adquieran los saberes estudiados en mutua colaboración entre docente y alumnos (comunicación).

Se entiende, por tanto, que los alumnos tendrán que aprender progresivamente el formalismo matemático, en relación con la evolución de su estructura mental, pero activados y regulados en las situaciones didácticas realizadas en un ámbito social de aula. Partiendo de esta premisa se realizaron una serie de reflexiones sobre las acciones prácticas y las interacciones comunicativas que se deben desarrollar en las actividades de instrucción ecológica estructuradas estratégicamente para tal fin.

En consecuencia, el estudio está centrado en el condicionante psicológico posible a ser promovido en la educación matemática, que permita la excelencia académica del profesor y los alumnos en cuanto al manejo adecuado del aprendizaje significativo y socializado inherente a esta disciplina.

Estas consideraciones permiten formular la siguiente interrogante que sirvió como eje orientador en el desarrollo de esta investigación: ¿cuáles principios psicológicos se pueden propiciar en una instrucción de la matemática avanzada?; cuestionamiento que plantea como objetivo de estudio describir algunos principios psicológicos necesarios para que los alumnos puedan desarrollar habilidades y competencias teóricas, prácticas, cognitivas y comunicativas necesarias para desempeñarse eficientemente en carreras que requieren el dominio, manejo y uso de conocimientos matemáticos.

Objetivo que se logró con la aplicación de una metodología fundamentada en la investigación cualitativa, partiendo del estudio de referencias bibliográficas que se contrastaron con actividades de campo desarrolladas para corroborar, retroalimentar, reorientar y/o redefinir, a través de la mejor praxis ensayada, los hallazgos teóricos conseguidos. Por lo que se dividió en dos fases: una documental-deductiva y otra de campo-abductiva.

La primera fase fue documental en el sentido de “obtener nuevos conocimientos, a partir del análisis de datos o informaciones recolectadas y registradas en distintas fuentes de consulta” (Rivas y Bellorín, 1997: 58), aplicando para ello un método de tipo deductivo ya que se parte de una serie de proposiciones teóricas para luego extraer las deducciones lógicas de orden superior (Ary et al., 1990).

Seguidamente se aplicó la segunda fase entendida como de campo, ya que se aplicó en el contexto de la enseñanza de la matemática, en un salón de clases del nivel de pregrado, donde el profesor y los alumnos actuaron como protagonistas que trabajan conjuntamente, con el fin de alcanzar un propósito común y compartido, guiados por un material instruccional que se elaboró para tal fin. Esta fase se guió por el método abductivo, por lo que se “produjeron múltiples acercamientos a lo real, permitiendo asumir la mejor explicación y proyección del fenómeno y su permanencia como teoría” (Escalona e Inciarte, 2004: 142).

Contextualización del referente teórico

Para lograr una interrelación entre las acciones prácticas y las operaciones cognoscitivas, se debe considerar la vinculación entre las acciones de pensamiento y apropiación creadora, con los procesos lógicos científicos de la disciplina en estudio. De allí que, se deben promuevan acciones constitutivas del conocimiento matemático por estudiar, mediante la reconstrucción reflexiva de los correspondientes contenidos que integran la ciencia respectiva.

Por lo tanto, se consideran explícitamente los procesos concretos y determinados del aprendizaje de la matemática, acordes con los requerimientos personales y socioculturales que demandan las situaciones didácticas de pregrado.

En consecuencia, los principios psicológicos promotores del aprendizaje de la matemática en dicho nivel, necesita mostrar ciertos procedimientos y criterios que orienten la experiencia reflexiva con miras a obtener los efectos práctico-cognoscitivos esperados; por lo que se ponen en juego todas las interrelaciones y procesos, durante las actividades instruccionales de los conocimientos matemáticos por estudiar.

Fundamentación Psicológica

En este apartado se describe la psicología dirigida hacia el sentido que tiene en cuanto al contexto pedagógico que ella abarca; por lo que se admitió el concepto de psicología pedagógica entendido como “la rama de la psicología que estudia el empleo de las conclusiones de la psicología teórica en el proceso de educación y enseñanza” (Blanck, 2001: 57).

En atención a lo expuesto, se requiere la explicación de una base teórica que sirva como guía al docente para administrar el proceso de enseñanza y aprendizaje, la cual debe considerar el nivel educativo donde se ejecuta la actividad didáctica según las restricciones inherentes a los participantes.

Por tanto, las explicaciones de la orientación desarrollista se realizan según las condiciones que presentan los alumnos de pregrado, quienes se encuentran, en su mayoría, en la etapa de desarrollo del pensamiento humano definida como juventud (de los 20 a los 30 años), durante la cual alcanza el más alto nivel de desarrollo intelectual: el de las operaciones formales. Éstas “se caracterizan por la habilidad propia del pensamiento abstracto, que usa para resolver el reto de la formación profesional y el logro del éxito vocacional” (Rice, 1997: 370).

En las operaciones formales, las personas pueden razonar, sistematizar sus ideas y construir teorías, posibles de probar científica y lógicamente, hasta el punto de considerar diferentes variables; es decir, son capaces de descubrir científicamente la verdad.

En tanto que la aportación teórica del **aprendizaje** se describe para especificar la manera cómo se debe propiciar en las actividades instruccionales, utilizando como base la ejecución de acciones prácticas con la matemática que estimulen el desarrollo de las operaciones cognoscitivas, para crear las condiciones pertinentes de aprehensión en el interior de los participantes.

Esta exigencia teórica requiere la descripción correspondiente a las corrientes de aprendizaje **conductista** y **cognoscitivista**, centrandose en el procesamiento de la información, y en algunas bondades seleccionadas estratégicamente de los postulados del aprendizaje significativo.

En este contexto se considera el aprendizaje como un cambio que ocurre en la persona como resultado de su experiencia, y es precisamente en el énfasis que se haga de los aspectos de la persona, lo que establece la diferencia entre las distintas corrientes que se han producido. Frente a esta perspectiva de aprendizaje hay marcadas distinciones entre grupos de teóricos. Algunos se fundamentan en el cambio de conducta observable dando lugar al enfoque conductista, en tanto que otros tomaron en consideración los cambios que ocurren en la mente humana originando al cognoscitivismo (Woolfolk, 1990).

El enfoque **conductista**, dominó durante los primeros tres cuartos del siglo XX y se caracterizó por asumir el aprendizaje como un cambio en

la conducta, que se pone de manifiesto según la forma cómo actúa una persona ante una situación particular; es decir, que destaca el papel de las influencias ambientales y sociales en el moldeamiento de la conducta y “se convierte en la suma total de respuestas aprendidas o condicionadas a los estímulos” (Rice, 1997: 35).

Por ello es importante rescatar esta teoría conductual, pues fundamenta la necesidad de utilizar las *acciones prácticas* con la matemática en el pregrado del nivel superior del Sistema Educativo Venezolano, actuando en mutua colaboración a través de un proceso de interacción comunicativa entre los alumnos y el profesor propiciando el **discurso de ideas matemáticas**, para lograr, un aprendizaje compartido y socializado en un salón de clases.

Los aportes sobre la psicología de la equilibración que hizo Piaget (1972) durante las décadas de los 50 y 60, los nuevos puntos de vista que formuló Kuhm (1962) en cuanto al conocimiento entendido como construcción de paradigmas, y las ideas de Toulmin (1972) en referencia a la evolución de poblaciones de conceptos, fueron factores influyentes para comenzar a ser predominantes concepciones cognitivas. En ellas el aprendizaje de los significados de los conocimientos, es concebido como un proceso interno en el individuo que no puede observarse directamente, haciéndose dominante esta perspectiva psicológica de aprendizaje denominada **cognoscitivista**, en el último cuarto del siglo XX y lo que va del XXI.

En consecuencia, la cognición se puede entender como “el acto o proceso de conocer” (Rice, 1997: 45), en el sentido que hace referencia a todo proceso mental que puede ser descrito como una experiencia de aprehender un conocimiento; es decir, abarca todos los procesos a través de los cuales un individuo construye sus saberes.

Las operaciones cognoscitivas son los mecanismos internos que realizan los individuos en su conciencia individual para lograr que los estímulos sensoriales a partir de los cuales se desarrolla todo conocimiento, sean transformados, elaborados, almacenados, recobrados y utilizados (González, 1995). Esta concepción es fundamental para esta investigación, ya que destaca la importancia de adquirir, además de un aprendizaje socializado, también significativo.

Por consiguiente, el grado de desarrollo de los procesos de aprendizaje para la presente indagación, concibe dos constructos útiles para entender el funcionamiento intelectual del ser humano en el contexto de un aula de clase: estrategia de aprendizaje socializada para poner en ejecución las acciones prácticas con la matemática **regulándose por la manera de ir entendiendo el mensaje** y destrezas mentales para realizar las operaciones cognoscitivas que permiten **producir las inferencias matemáticas** en el interior de los alumnos apropiándose del conocimiento estudiado.

Una estrategia de aprendizaje socializada se desarrolla cuando una persona realiza una tarea de aprendizaje en mutua colaboración entre el profesor y los alumnos, el cual va adquiriendo sentido en la medida que el

mensaje sea entendido por todos; mientras que una destreza mental está constituida por uno o más procesos cognoscitivos desarrollados por el aprendiz a un nivel de eficiencia relativamente alto para alcanzar los constructos matemáticos requeridos en la situación de aprendizaje planificada para tal fin. De ahí que es la manera autoiniciada o impuesta internamente de dirigir la información, conduciéndola hacia la toma de decisiones con propósitos conductuales (González, 1995).

Los procesos cognoscitivos, por tanto, son mecanismos intelectuales que el individuo usa al procesar la información y almacenarla significativamente para generar destrezas mentales, relacionadas con los conocimientos matemáticos; en tanto que la ejecución de una estrategia de aprendizaje socializada, tiene un impacto sobre los alumnos y el profesor que actúan complementariamente en busca de un fin común. Esta concepción estará concebida cuando los alumnos puedan hacer una aproximación, a la **producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos** en el contexto de un aula de clases.

En el **procesamiento de la información** la mente humana se considera como un sistema cognitivo complejo, análogo en algunos aspectos a un computador digital; es decir, que se manipula o procesa información que llega del entorno o que ya está almacenada en el sistema (Flavell, 1993).

Por consiguiente, “la aproximación a la cognición del modelo de procesamiento de información subraya los pasos, acciones y operaciones progresivas que tienen lugar cuando la persona recibe, percibe, recuerda, piensa y utiliza la información” (Rice, 1997: 46).

La manera como se procesa la información en el interior del individuo, se presenta de diversas formas: “codificándola, recodificándola o decodificándola; comparándola o combinándola con otra información; almacenándola en la memoria o recuperándola de la memoria; poniéndola o retirándola del foco atencional o de la conciencia” (Flavell, 1993: 15).

Su meta ideal es lograr un modelo de procesamiento cognitivo específico, explícito y detallado que pueda utilizarse realmente con éxito. En este modelo, también se tendrían que hacer predicciones específicas sobre cómo se debería comportar el individuo, bajo ciertas condiciones o restricciones específicas de la tarea, y en respuesta a estímulos específicos.

Este modelo debe ser explícito y comprobable del funcionamiento cognitivo en el aquí y ahora. En la Figura 1 se presentan los pasos relacionados entre sí a través de flechas que van en un solo sentido; sin embargo, en algunos casos también puede fluir en sentido inverso.

La Figura 1 muestra un proceso que se inicia cuando el individuo se enfrenta con los estímulos que recibe de los sentidos, de éstos selecciona aquellos que considera como de mayor valor. La información transferida no es simplemente copiada en su mente, sino que es interpretada y evaluada de acuerdo con la forma en que la percibe, lo cual depende a su vez en parte de su experiencia previa. Si la información se almacena en la

Figura 1: Pasos en el procesamiento de la información

Fuente: Rice (1997: 46).

memoria para su uso futuro, cuando la necesita, la recupera, para pensar sobre ella relacionándola con la situación actual, hasta lograr constituirse como base que podrá ser razonablemente aplicada en la solución de nuevos problemas.

En general, la corriente cognoscitivista considera la mente humana como un procesador de información activo e individual, y sugiere que una de las influencias más importantes, es lo que el individuo aporta a la situación misma del aprendizaje, enfatizando, cada vez más, en el papel del conocimiento adquirido previamente.

Ausubel (1980) es calificado como un psicólogo educativo cognoscitivista que a partir de los años sesenta, dejó sentir su influencia a través de una serie de importantes elaboraciones teóricas acerca de cómo se realiza la actividad intelectual en el ámbito escolar. En este contexto, concibe al alumno como un individuo que procesa la información en su estructura mental para lograr un aprendizaje de manera sistemática y organizada; de allí que su concepción teórica es asumida en este trabajo como relevante por relacionarse directamente con el tipo de aprendizaje que se describe como objeto de estudio.

Este autor define el **aprendizaje significativa** como la adquisición y retención de los contenidos o información relacionados con las asignaturas escolares; donde el término significativo asume dos sentidos. En un primer caso se refiere a la incorporación sustantiva del contenido al conjunto de conocimientos del aprendiz, relacionándolo con los que tiene previamente adquiridos en su estructura mental; y en un segundo caso se refiere a las cualidades adquiridas por los alumnos relacionadas con el contenido que se debe aprender.

El contenido a lograr por el individuo será potencialmente significativo en la medida que será relacionable con los conocimientos previos del aprendiz. El aprendizaje significativo, por tanto, depende de la conjunción que se produzca entre la potencialidad significativa del material que produzca controversia con su incorporación significativa a la estructura mental del aprendiz (Ausubel et al., 2009).

De aquí se desprende la idea de que la principal contribución de la teoría de Ausubel fue el acento puesto en el poder del aprendizaje significativo en contraste con el aprendizaje mecánico, y el énfasis que le puso al papel que juega el conocimiento previamente existente en el aprendiz para lograr adquirir el nuevo conocimiento (Porlan et al., 1988).

Rull *et al.* (1998) hicieron un análisis del aprendizaje significativo y llegaron a las siguientes conclusiones: este tipo de aprendizaje responde a una concepción que busca la acomodación de nuevos conocimientos a los conocimientos previos para adquirir un significado propio, aplicando para tal efecto, actividades por descubrimiento y por exposición.

El logro de la concepción expuesta depende de dos factores: la información en primer término que debe ser potencialmente significativa (que se relacione con ideas previas del alumno), organizada internamente (que cada parte de la información tenga conexión con el resto) y apoyada en el uso de procedimientos previamente aprendidos; y depende, en segundo término, del alumno según las ideas previas que posea y la actitud favorable que presente hacia la comprensión, la cual se refleja, a su vez, en buscar la relación entre los conocimientos nuevos y las ideas previas.

Para llevar a la práctica el aprendizaje significativo se debe utilizar la idea de un organizador avanzado que sirva como una especie de puente entre el nuevo conocimiento que debe aprenderse y los conocimientos que ya posee el aprendiz (Rull *et al.*, 1998).

Los organizadores avanzados logran adquirir su funcionamiento, en la medida que se asuma la disciplina como poseedora de una estructura jerárquica de ideas, donde las más generales se ubican en la parte superior de dicha estructura y cumplan una función subsunsores, en el sentido que abarca subideas más específicas; y así como ocurre a nivel externo con los contenidos de la disciplina, también puede ocurrir a nivel interno al individuo (Díaz y Hernández, 2002).

Al tratar de diferenciar los subsunsores y las subideas, se genera un precepto denominado como *principio de la diferenciación progresiva*; ésta se sustenta en las ideas más generales e inclusivas de una disciplina, se derivan progresivamente de las ideas más específicas subordinables a aquellas. Este principio es complementado con otro denominado *principio de reconciliación integradora*, el cual se hace presente cuando la nueva información adquirida es integrada con la información existente en la estructura cognitiva (Díaz y Hernández, 2002).

Cuerpo analítico de principios psicológicos

En este apartado se explica el cuerpo analítico, a través de un estudio documental y de campo. De la información procesada de lo documental se obtuvieron unos **elementos teóricos previos**, a partir de los cuales se derivaron las orientaciones básicas para ir al campo y observar las actividades que realizaron el docente y los alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática para lograr resultados óptimos desde la perspectiva psicológica, generando así los **elementos teóricos fundamentales** que permitieron describir los principios psicológicos en estudio.

Elementos teóricos previos

En la corriente conductista y cognoscitivista se comparten nociones básicas acerca del aprendizaje y la memoria, pero se observan diferencias que marcan la inexistencia de un sólo modelo. De allí que, al relacionarlas con el contexto de la educación matemática, resalta la importancia que ambas tienen, puesto que proporcionan información útil.

Se deduce, entonces, que los enfoques conductista y cognoscitivista se complementan para lograr su cometido. En el aspecto cognoscitivo se estudian, las propiedades del aprendizaje, que pueden relacionarse con las maneras eficaces de efectuar deliberadamente cambios cognoscitivos, que logren estructurar la adquisición del cuerpo lingüístico de la matemática y la capacidad para adquirir tal conocimiento (Ausubel et al. 1990).

En esta postura psicológica se ejecutan intencionalmente operaciones mentales por la misma persona, permitiéndole aportar valor agregado en la elaboración progresiva de las inferencias y constructos matemáticos que se van construyendo en su propio intelecto y que a su vez, son demandadas en las situaciones de aprendizajes nuevas.

El enfoque conductista, por su parte, estudia las conductas observables manifestadas por los participantes de la acción didáctica, referidas a las inferencias y los constructos que se van logrando en su interior, con la intención de ir regulando y verificando a través de una interacción comunicativa promovida para tal fin, hasta alcanzar un consenso sobre la significación de los signos lingüísticos matemáticos comunicados.

De las acciones de interacción social, por tanto, se activan y nutren las secuencias operativas que estructuran los esquemas mentales, los cuales, a su vez, generan los aportes que enriquecen los significantes y significados anteriormente comunicados, dando origen a la codificación de un nuevo mensaje tendiente a alcanzar la generalización y/o formalización de los conocimientos a través de un esfuerzo simultáneo entre los participantes.

En consecuencia, el uso complementario de estos dos enfoques, proveen dos condiciones dependientes entre sí que facilitan el aprendizaje. La primera contempla el procesamiento de información que realizan los individuos en su intelecto, para dar lugar a la elaboración de conocimientos nuevos y la producción de significados (constructos mentales), activando sustancialmente las secuencias operativas que se producen sobre la base de constructos referenciales verificados previamente y organizados de manera que sirvan como prerrequisitos al contenido que será objeto de reconstrucción.

La segunda presenta la adquisición del conocimiento como elaboración de constructos mentales que se van regulando y mediando por la interacción social promovida en las actividades didácticas.

La concepción psicológica de aprendizaje se concibe, entonces, como *producción significativa de conocimientos matemáticos elaborados*

en la mente humana, la cual se activa intencionalmente por las acciones de interacción social que se promueven en las actividades didácticas de aula. En este sentido Jaume (1993) refuerza esta postura teórica al considerar que la unidad de análisis más útil en la actividad educativa, es ver a la persona en su contexto de actuación y establecer cómo éste influye en el proceso de cambio cognoscitivo.

Por consiguiente, se decidió denominar la tendencia psicológica como **interacción comunicativa de aprendizaje matemático**, mediante la cual se ponen de manifiesto las relaciones cooperativas entre *comunicación, aprendizaje y matemática*.

Elementos teóricos fundamentales

Para presentar los resultados de los principios psicológicos estudiados, se expone uno de los ejemplos que se usó para tal efecto: procedimiento de integración iterada para resolver integrales triples. Se aclara que previo a esta actividad instruccional se trabajó en clases anteriores, con los siguientes prerrequisitos:

Procedimiento de integración iterada para resolver integrales dobles.

Funciones de tres variables independientes.

Dominio y contradominio de una función $W = f(x,y,z)$.

Derivación parcial y total de una función $W = f(x,y,z)$.

Las actividades instruccionales para este caso, fueron guiadas a través de una discusión dirigida a resolver las siguientes preguntas:

i) Haga una ilustración para representar en el plano cartesiano, el dominio D (región del espacio cerrada y acotada) de una función $W = f(x,y,z)$. Coloca todas las notaciones correspondientes y establezca sus significados.

ii) Representa la proyección ortogonal R_x de la región del espacio D , sobre el plano XY ilustrado en la pregunta (i), y ubica las notaciones simbólicas que la limitan, según las coordenadas X y Y , de manera que $a \leq x \leq b$ y $h_1(x) \leq y \leq h_2(x)$. Explique el significado de cada notación usada.

iii) Escriba una notación simbólica que represente la solución de la integral parcial

$$\int_{f1(x,y)}^{f2(x,y)} F(x, y, z) dz.$$

iv) Explique por qué el resultado de la integral parcial obtenida en la pregunta (iii), puede ser utilizado como integrando de una integral doble que permita su solución.

v) Escriba por sí mismo una notación simbólica que represente el procedimiento de integración iterada que permita resolver integrales triples.

vi) Acuerde con el profesor y con el resto de alumnos, ¿cuál es el procedimiento formal de integración iterada para resolver integrales triples?. Responda esta pregunta en forma simbólica y explique su significado.

viii) Aplique el procedimiento de integración iterada para evaluar la integral $\iiint_D Zdv$, donde D es la región del primer octante limitado por las gráficas de $X = 1$, $X = 3$, $Y^D = X$, $Y = X + 2$, $Z = 0$, $Z = 5$.

a) Discurso de ideas matemáticas

Esta dimensión se observó expresamente a través de los discursos emitidos por los sujetos que participaron en las sesiones de clases, sobre la solución de las preguntas formuladas, obteniendo como resultado, una frecuente interacción comunicativa adecuada de conocimientos matemáticos, puesto que finalmente los aprendices lograron resolver satisfactoriamente las interrogantes en las sesiones de aula. Se notó además, una orientación directiva de los estudiantes, sin embargo, con la participación del docente en algunas discusiones, fue como llegaron a una puesta en común de la generalización de los conocimientos estudiados.

Se produjo, entonces, una relación entre la comunicación y la matemática que permitió mantener en los alumnos, un flujo de información externa e interna a él, en el cual se destacaron los intercambios de ideas y resultados que lograron mostrar una consolidación del cuerpo lingüístico de esta disciplina y los discursos emitidos por todos los participantes en el salón de clases.

b) Regula la manera de entender el mensaje

Las distintas observaciones realizadas a la participación oral y escrita de los discentes y el docente para resolver las preguntas que guiaron las actividades instruccionales, determinaron que a través de las interacciones comunicativas en aula, los aprendices fueron generando progresivamente las soluciones adecuadas a cada pregunta formulada, actuando sobre la base de utilizar una respuesta para conseguir la siguiente. Con esto se evidenció que los estudiantes trabajaron en conjunto y lograron ponerse de acuerdo en cuanto a la manera de ir entendiendo los mensajes compartidos.

Se notó, por tanto, una actuación de los participantes dirigida a relacionar la comunicación y el aprendizaje, la cual se obtuvo con una tendencia bastante generalizada del flujo de información externa e interna que permitió desarrollar los esquemas conceptuales del intelecto humano, en el sentido de extender los ya existentes y/o producir nuevos.

c) Producción de inferencias matemática

En esta dimensión de la propiedad psicológica se observó el intercambio de inferencias matemáticas entre grupos de alumnos y con el profesor. De aquí se definió una frecuente realización de acciones prácticas donde la toma de decisiones para aplicar algún conocimiento previo,

fue establecido por consenso en grupos de aprendices, dando como resultado la producción del cuerpo lingüístico de esta disciplina que solucionó cada pregunta formulada en las actividades instruccionales; a partir de allí, los discentes lograron enunciar dichas inferencias.

Se induce, entonces, que los alumnos para lograr esta formulación externa, tuvo que producir también esas inferencias en su estructura mental. Esto se evidenció en la actuación activa que ellos tuvieron en cuanto a relacionar el aprendizaje con la matemática, en la cual se determinó que, con la intención de lograr producir el cuerpo lingüístico de la matemática en su conciencia individual para estructurar inferencias, se fue desarrollando simultáneamente en su intelecto, los esquemas conceptuales en evolución.

d) Producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos

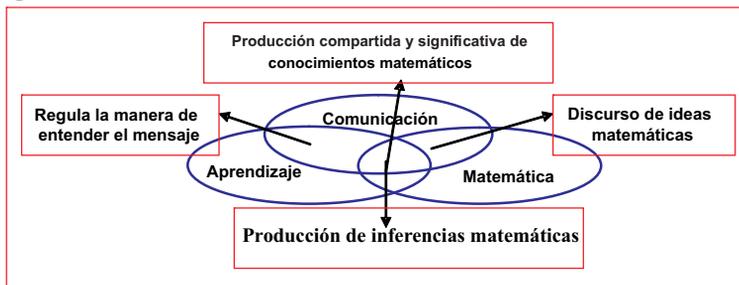
Aquí se hacer converger los datos provenientes de las observaciones obtenidas en las tres dimensiones anteriores. Por lo que sólo resta agregar en general que, se realizaron actividades instruccionales que permitieron relacionar la comunicación, el aprendizaje y la matemática, logrando una producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos, cuando se interactúa con un flujo de información externa e interna, en el cual se intercambian los saberes analizados a través de los discursos emitidos por los participantes, en función de producir un desarrollo de esquemas conceptuales en evolución.

Principios psicológicos para una instrucción de la matemática

El condicionante psicológico se conceptualiza como *interacción comunicativa de aprendizaje matemático*. Su definición se sustenta en los términos teóricos que a continuación se precisan:

Esta teoría está basada en la relación cooperativa entre la triada comunicación-aprendizaje-matemática, las cuales se conjugan entre sí para constituir un exigente proceso de producción significativa y compartida de conocimientos matemáticos que se elaboran en la mente humana con intencionalidad de uso.

Proceso triádico donde las intersecciones que se producen entre los elementos que la forman, generan los condicionantes básicos que deben estar presentes para que se produzca el aprendizaje. Éstos se encuentran explicitados en la siguiente Figura.

Figura 2: Interacción comunicativa de aprendizaje matemático

Fuente: Castro (2013).

Se observa en esta figura que existen cuatro regiones interceptadas que no tienen un orden específico de aparición, sino que se integran entre sí en la práctica, funcionando complementariamente para lograr un propósito común. Estas regiones representan los resultados de las relaciones que van surgiendo como necesidad de ir desarrollando el proceso de interacción comunicativa de aprendizaje matemático:

La relación que se obtiene entre comunicación y matemática se formula a nivel del discurso de ideas matemáticas, la cual se usa para intercambiar los constructos inferidos con el propósito de lograr un consenso del conocimiento compartido.

La relación de comunicación y de aprendizaje se presenta para regular la manera de entender el mensaje, en el sentido que la recepción debe centrarse en la interpretación del mismo, de manera que el aporte que recibe sobre la significación del conocimiento que se está compartiendo, sea acoplado en la estructura mental de los alumnos con los que ya posee, adquiriendo de esta manera condiciones para asumir el rol de enunciante que permite mantener un proceso de interacción comunicativa con la intención de formalizar el conocimiento estudiado.

La relación entre aprendizaje y matemática provee la capacidad humana para producir las inferencias matemáticas que resultan de las acciones intelectuales que realizan los individuos, con el propósito de configurar el cuerpo lingüístico de la matemática en su propia estructura mental.

La última relación se obtiene como consecuencia de las tres relaciones anteriores que se integran como intersección de los elementos comunicación-aprendizaje-matemática, para dar origen a una concepción entendida como proceso de producción compartida y significativo de conocimientos matemáticos, el cual se desarrolla a través de las acciones mentales que realizan los individuos para organizar en su intelecto la producción del discurso que promueve el in-

tercambio de inferencias matemáticas que permiten configurar la construcción gradual del conocimiento compartido.

Una característica que dinamiza a la última relación mencionada, es el carácter evolutivo de esquemas conceptuales procesados en los alumnos, que se van desarrollando en el transcurso del tiempo trabajando sobre la base de las relaciones entre constructos referenciales y las nuevas exigencias conceptuales, con la intención de ir acortando la distancia entre los saberes alcanzados y los que está por alcanzar.

Por lo tanto, el aprendizaje de conocimientos matemáticos se concibe como un proceso de producción secuencial de signos lingüísticos que se elabora progresivamente en el interior de los participantes de la actividad didáctica, activado y regulado intencionalmente a través del flujo de información externa e interna que ocurre como consecuencia de una interacción comunicativa que se promueve en aula.

Este apartado se inicia con la aplicación de algunas acciones intelectuales de pensamiento matemático, que permiten ir estructurando el cuerpo lingüístico de esta disciplina a partir de los esquemas conceptuales referenciales y actuando en su propia estructura. Los significados alcanzados por los alumnos permiten configurar las inferencias que dan lugar a la producción del discurso, que al ponerlo en acto a través de la acción comunicativa recibe aportes que serán acoplados con los que ya posee para dar origen a nuevos mensajes que estimulan la continuidad del ciclo mencionado.

De manera simétrica y complementaria, se logra un consenso en la significación de los conocimientos compartidos que sirven como insumo para aproximarse al constructo de la nueva exigencia conceptual, quedando el alumno dotado de condiciones mentales que le permiten formalizar dicho requerimiento conceptual, por medio de las interacciones comunicativas secuenciales y recurrentes que se desarrollan en una clase o un conjunto de ellas.

Consideraciones finales

Los hallazgos obtenidos en esta investigación permitieron desarrollar algunos principios psicológicos para una instrucción de la matemática, en pregrado del nivel de educación universitaria. Los cuales permiten promover acciones prácticas y operaciones cognitivas que facilitan la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos, tanto a nivel externo como interno a los alumnos activada y regulada por los procesos de interacción comunicativa que realizan los participantes (docente y alumnos) en el contexto de un salón de clases.

Esta conclusión de carácter general, se disgrega en otras más específicas que se presentan a continuación:

La perspectiva psicológica es asumida como interacción comunicativa de aprendizaje matemático, sustentada en la producción compartida y significativa de dichos contenidos en evolución.

El aprendizaje se concibe como un proceso constructivo que se elabora progresivamente en el interior de los participantes, activado y regulado por una inter e intracomunicativa que se promueve en aula.

En el discente se inicia el aprendizaje con una interacción intracomunicativa que realiza para activar algunas operaciones intelectuales de pensamiento matemático que ponen de relieve los esquemas conceptuales referenciales, a partir de los cuales logra producir inferencias mentales que organizan el discurso en su intelecto.

A través de una interacción intercomunicativa entre los alumnos y el profesor, se da origen a nuevos mensajes que discute hasta lograr un consenso social

Con una interacción intracomunicativa que realiza el alumno, logra configurar formalmente el constructo de la nueva exigencia conceptual y/o procedimental estudiada.

Referencias bibliográficas

- Ary, Donal; Jacobs, Lucy y Razavieh, Asghar (1999). **Introducción a la investigación pedagógica**. Primera edición. Editorial Mc. GRAW-Hill- México.
- Ausubel, David (1980). **Psicología educativa**. Un punto de vista cognoscitivo. Editorial Trillas. México.
- Ausubel, David; Novak Joseph y Hanesian, Helen (1990). **Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo**. Editorial Trillas. México.
- _____ (2009). **Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo**. Editorial Trillas, segunda edición. México.
- Blanck, Guillermo (2001). **Psicología pedagógica**. Editorial AIQUE. Traducción de la primera edición en español de la obra de Vygotsky 1926 titulada: pedagoguicheskaia. Psijologuia. Krantki Kurs. Buenos Aires.
- Díaz, Frida y Hernández Gerardo (2002). **Estrategias docentes para un aprendizaje significativo**. Editorial Mc. Graw Hill. México.
- Escalona, María e Inciarte, Alicia (2004). "Representaciones de un fenómeno educativo matemático". **Revista especializada Encuentro Educativo**. Vol. 11. N°1. Maracaibo, Venezuela.
- Flavell, John (1993). **El desarrollo cognitivo**. Ediciones Pretice-Hall. Para la edición en lengua castellana: Visor Distribuciones S. A. Madrid.
- González, Fredy (1995). **La investigación en educación matemática**. Editorial COPIHER. Maracay, Venezuela.

- Jaume, Jorba (1993). "Síntesis de la discusión de las ponencias sobre psicología y didáctica de la matemática". **Revista infancia y aprendizaje**. Bellaterra 08913. Barcelona.
- Kuhn, Thomas (1962). "The structure of Scientific revolutions, international *Enciclopedia of Unified science*". **University of Chicago Press**. (Second edition). Entarge Vols. 1 and 2: Foundations of the unity of science. Vol. 2, N° 2. Chicago.
- Piaget, Jean (1972). **Intellectual evolution from adolescence to adulthood**. Human development. New York: Rondon House.
- Porlan, Rafael; García, José y Cañal, Pedro (1988). **Constructivismo y enseñanza de la ciencia**. Editorial Diada. Sevilla.
- República Bolivariana de Venezuela (2009). **Ley Orgánica de Educación**. Gaceta Oficial N°5.929. Caracas. Venezuela.
- Rice, Philip (1997). **Desarrollo humano. Estudio del ciclo vital**. Editorial Prentice-Hall. II edición. México.
- Rivas, Julian y Bellorín, Luisa (1997). **Técnica de documentación e investigación I**. Universidad Nacional Abierta. Quinta reimpresión. Caracas. Venezuela.
- Rull, M; Cañas, Simeón; Lahman, A. y Pitre I. (1998). **Contenidos y aprendizajes**. Editorial Santillana, S. A. Caracas. Venezuela.
- Toulmin, Stephen. (1972). **Human understanding**. Volumen 1: The collective use and evolution of concepts. Princeton University Press. Madrid: Alianza editorial.
- Woolfolk, Anita. (1990). **Psicología educativa**. Editorial Prentice-Hall. Tercera edición. México.