

SOBRE UNA TRANSFORMADA DE STURM-LIOUVILLE  
Y SUS APLICACIONES  
(Universidad del Zulia - 1980)

Alfredo Villalobos Mena  
Ciclo Básico Maracaibo  
Facultad de Ingeniería  
Universidad del Zulia

La técnica de las transformadas integrales es uno de los métodos más poderosos para resolver problemas en ingeniería y otras ramas de la ciencia, ya que mediante este método ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales con condiciones iniciales y de borde dadas pueden resolverse de una manera directa y sistemática.

Se define la transformada integral  $\bar{f}(p)$  de una función  $f(x)$  como

$$\bar{f}(p) = \int_a^b f(x) K(p,x) dx$$

si esta integral es convergente,  $K(p,x)$  es una función conocida de  $p$  y  $x$ , llamada núcleo de la transformación. Los límites  $a$  y  $b$  pueden ser finitos o infinitos.

Dentro del amplio campo de las transformadas integrales se tienen las llamadas "Transformadas finitas de Sturm-Liouville", cuya teoría permite escoger la transformada apropiada para resolver determinado problema de contorno.

En este tipo de trabajo, se define una nueva transformada integral de Sturm-Liouville

$$T [f(x), a, b, \nu; \lambda_i] = \bar{f}_\nu(\lambda_i) = \int_a^b x f(x) C_\nu(\lambda_i x) dx$$

donde  $C_\nu(\lambda_i x)$  es una combinación de funciones de Bessel de primera y segunda clase y  $\lambda_i$  ( $i=1,2,\dots$ ) son raíces positivas de una ecuación trascendente.

La fórmula de inversión para dicha transformada viene dada por

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_\nu(\lambda_i)}{\|C_\nu(\lambda_i x)\|^2} C_\nu(\lambda_i x)$$

Luego, se demuestran algunas propiedades de la transformada y finalmente se aplica ésta en la resolución de problemas de calor en cilindros huecos en los cuales es conocida la temperatura de la superficie interior mientras que en la superficie exterior existe convección. Primeramente se considera un cilindro infinito y luego un cilindro semi-infinito. En ambos casos, se obtiene la solución del problema en su forma más general y luego se da un caso especial.