Rev. Téc. Ing., Univ. Zulia
Vol. 12, No. 1, 1989

COMPENSACION POR CUADRADOS MINIMOS DE REDES HORIZONTALES CLASICAS USANDO EL UNICO SUBINDICE Y LA RAIZ CRACOVIANA EN LAS ECUACIONES NORMALES

M. Cueto y M. Lunar
Ingeniería Geodésica
División de Postgrado
Universidad del Zulia
Maracaibo, Venezuela

RESUMEN

El presente trabajo fue realizado como tesis de grado para optar al título de Magister en Ingeniería Geodésica en la Universidad del Zulia. Consiste en el desarrollo de un sistema de programas para la Compensación de Redes Geodésicas Horizontales Clásicas en una microcomputadora de pequeña capacidad (HP-86), utilizando para la obtención y solución del sistema de Ecuaciones Normales el álgebra cracoviana (Banachiewicz) combinada con el único subíndice, a objeto de resolver medianos sistemas de ecuaciones en la misma.

Para la verificación de los programas se presenta un ejemplo ilustrativo de la compensación de una Red Geodésica Horizontal de 75 puntos nuevos (150 incógnitas) usando 727 observaciones, las cuales están constituídas por 215 acimutes, 215 distancias y 297 ángulos.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones derivadas del trabajo realizado.

ABSTRACT

This work was developed to complete the requirements for Magister degree in Geodetic Engineering in the University of Zulia. A programs system for The Classical Geodetic Horizontal Network Adjustement in a microcomputer of small memory (HP-86) was developed using for the solution of Normal Equations systems the Cracovian Algebra combined with the unique subscript.

To check the program systems as example of a Horizontal Network of 75 new points (150 unknown) with 727 observations, was executed.

Finally it is presented the conclusions and recommendation which was derived from this work.

INTRODUCCION

Las Ecuaciones Normales son matrices simétricas, definida positiva para Redes no libres, generalmente dispersas que contienen tantas ecuaciones como incógnitas. (1)

Para aprovechar estas características de las Ecuaciones Normales se aplica un ordenamiento de los elementos cero y no cero de la matriz de coeficientes para no operar con los elementos cero. (2) Un procedimiento rápido y sencillo sería enumerar sistemáticamente los puntos de la Red en una dirección aproximadamente perpendicular al eje medio en la dirección más larga de la Red, con el incremento siempre en el mismo sentido. Las figuras 1,2, y 3 ilustran lo antes dicho.

Existen diversos algoritmos para la reducción del ancho de banda de una matriz dispersa dada. Todos estos algoritmos ejecutan operaciones repetidas hasta que el ancho de banda converge a un mínimo local, este mínimo alcanzado depende de los siguientes factores:

i) estructura de la matriz dispersa

ii) nodo de partida

iii) algoritmo usado

Para la elaboración de programas es importante el almacenamiento de las Ecuaciones Normales ya que con métodos bien orientados se pueden resolver grandes sistemas dispersos. Los esquemas de almacenamiento comprimido se pueden clasificar en: (4) (5)

- almacenamiento de banda (fijos o variables)
- almacenamiento de submatriz
- métodos de almacenamiento de matrices dispersas en general

Con el procedimiento de ancho de banda fijo sólo se almacenan los elementos que abarca la banda, en esta técnica el total de memoria requerida, está en función del ancho de banda. El método de almacenamiento de perfil variable, básicamente excluye todos los elementos cero que estén dentro de la banda. El esquema de almacenamiento de matrices dispersas en general se utiliza para aquellas que son irreductibles con una alta proporción de elementos cero dentro de la banda.

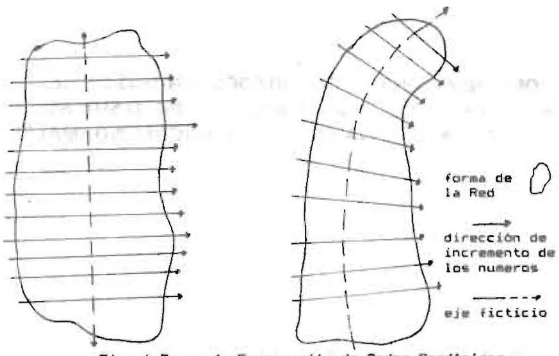


Fig. 1 Forma de Enumeración de Redes Geodésicas

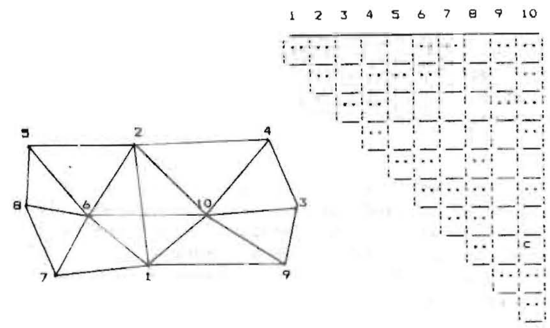


Fig. 2 Ejemplo de enumeración de una Red Geodésica

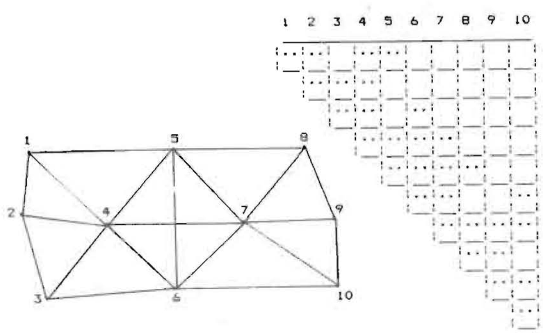


Fig. 3 Ejemplo de enumeración de una Red Geodésica

Para la realización de los programas de este trabajo se utilizó la Raíz Cracoviana combinada con el único subíndice, comparando el método de eliminación de Gauss con el método Cracoviano en forma de arreglo bidimensional, excluyendo en éste último el caso de los ceros iniciales, se tiene la siguiente tabla:

Cantidad de incognitas	Cantidad de Operaciones			
	Solución de los parámetros incógnitas		Solución de los parámetros incógnitas y cofactores Q_{xx}	
	Gauss	Banachiewiez	Gauss	Banachiewiez
5	130	140	215	195
10	835	760	1505	1145
20	5970	4000	11310	6870
100	681850	239920	134855	578270
200	5393700	1629820	10727100	4316520

Tabla 1: Comparación entre los métodos de Gauss y Cracoviano

JUSTIFICACION DE UN NUEVO PROGRAMA PARA COMPENSAR REDES HORIZONTALES CLASICAS

Programas para la compensación de Redes Horizontales ya existen, algunos de los cuales se mencionan a continuación:

- Programa GEOPAN (Canadá)
- Sistema de programas HANNA (Alemania)
- Sistema de ajuste SCAN-II (Holanda)
- Sistema de programas TRAVIO (U.S.A.)
- Programa PAU-G (Japón)
- Programas Drewes-Sánchez (LUZ-Venezuela)
- Programas para la Compensación en Fases y Grupos. (LUZ-Venezuela)

La mayoría de los programas utilizan lenguajes de programación de alto nivel los cuales son más que todo de uso científico (como por ejemplo: FORTRAN, ALGOL, PL/1, etc.) utilizando computadoras grandes o de mediana capacidad, lo cual limita un poco la cantidad de usuarios de los mismos.

Como características principales del sistema de programas desarrollado se pueden mencionar:

- Uso de un lenguaje de programación sencillo (BASIC), el cual es suficientemente conocido por ser simple y de fácil comprensión.
- Desarrollo de los programas para microcomputadores, los cuales presentan ventajas en cuanto a economía y versatilidad.
- Compensación de Redes cuya cantidad de puntos genere sistemas de Ecuaciones Normales de tamaño mediano.
- Manejo de gran cantidad de información que involucre observaciones de diferente naturaleza para la compensación (ángulos, direcciones, acimutes, distancias).

ALGEBRA CRACOVIANA Y EL UNICO SUBINDICE (6), (7)

El álgebra cracoviana fue desarrollada en Polonia y sólo se usa en los países del bloque socialista. Este es un método sencillo y simple que de acuerdo a lo mostrado en la tabla 1 se evidencia la ventaja del álgebra cracoviana.

Con relación a este método no existe una literatura abundante, así como tampoco se han implementado subrutinas para el manejo de los cracovianos a pesar de las ventajas que ofrecen. Como ejemplo se tiene que para la resolución de las Ecuaciones Normales mediante el álgebra cracoviana sólo basta almacenar la parte triangular superior de la misma, mientras que con el álgebra matricial se opera con todos los elementos de la matriz N.

TRANSFORMACION A UN UNICO SUBINDICE

Un arreglo con subíndice doble se puede transformar a un único subíndice de acuerdo a una secuencia previamente seleccionada. Si se tiene un arreglo rectangular de orden nxm:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{vmatrix}$$

se puede transformar a un arreglo de único subíndice aplicando varios tipos de transformación, a continuación se dan algunos casos:

TRANSFORMACION TIPO I:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a_{1} & a_{4} & a_{7} & a_{10} \\ a_{2} & a_{5} & a_{8} & a_{11} \\ a_{3} & a_{6} & a_{9} & a_{12} \end{vmatrix}$$

se puede hallar el único subíndice aplicando la ecuación:

$$h = (j - 1)*n + i \qquad (1)$$

TRANSFORMACION TIPO II:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a_{1} & a_{2} & a_{3} & a_{4} \\ a_{5} & a_{6} & a_{7} & a_{8} \\ a_{9} & a_{10} & a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}$$

el único subíndice se calcula usando la ecuación:

$$h = (i - 1)*m + j \qquad (2)$$

TRANSFORMACION TIPO III:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a_{1} & a_{2} & a_{3} & a_{4} \\ a_{8} & a_{7} & a_{6} & a_{5} \\ a_{9} & a_{10} & a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}$$

TRANSFORMACION TIPO IV:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a_{1} & a_{4} & a_{7} & a_{10} \\ a_{2} & a_{5} & a_{8} & a_{11} \\ a_{3} & a_{6} & a_{9} & a_{12} \end{vmatrix}$$

En el desarrollo de este trabajo se utilizó la transformación Tipo I ya que en ésta la numeración se hace por columnas, lo cual es más práctico para el álgebra cracoviana.

UNICO SUBINDICE Y NOTACION CRACOVIANA

Si se tienen por ejemplo, las Ecuaciones Normales en forma algebraica:

$$[aa]x + [ab]y + [ac]z + [al] = 0$$

$$[ab]x + [bb]y + [bc]z + [bl] = 0$$

$$[ac]x + [bc]y + [cc]z + [cl] = 0$$

donde el símbolo [ ] indica sumatoria. Se pueden emplear dos esquemas para la notación cracoviana:

ESQUEMA No. 1

Notación Cracoviana:

$$\left|\begin{array}{ccccc}
[aa] & [ab] & [ac] & [al] & [as] \\
 & [bb] & [bc] & [bl] & [bs] \\
 & & [cc] & [cl] & [cs] \\
 & & & [ll] & [ls] \\
 & & & & [ss]+1
\end{array}\right|$$

En este caso el cracoviano contempla además de los coeficientes de las Ecuaciones Normales, la columna de los términos libres y la columna de las sumas.

ESQUEMA No. 2

Notación Cracoviana:

$$\left|\begin{array}{cccc}
[aa] & [ab] & [ac] & [al] \\
 & [bb] & [bc] & [bl] \\
 & & [cc] & [cl] \\
 & & & [ll]
\end{array}\right|$$

En este caso el cracoviano sólo es ampliado por la columna de los términos libres.

TRANSFORMACION A UN UNICO SUBINDICE

El único subíndice para los elementos a_{ij} de la diagonal principal se calcula usando:

$$P_j = \frac{(j+1)*j}{2} \qquad (3)$$

donde:

P_j = único subíndice en la diagonal principal

El único subíndice de los elementos a_{ij} ubicados fuera de la diagonal principal se calcula:

$$h = P_{j-1} + i \qquad (4)$$

donde:

h = único sub-índice de los elementos fuera de la diagonal principal

P_{j-1} = único sub-índice del elemento previo sobre la diagonal principal

Por definición se considera a $P_0 = 0$

El caso más común en cálculos geodésicos es cuando se presentan ceros iniciales dentro de la matriz de Ecuaciones Normales:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
[aa]x & + & [ab]y & + & 0 & + & 0 & + & 0 & + [al] & = 0 \\
[ab]x & + & [bb]y & + & [bc]z & + & 0 & + & 0 & + [bl] & = 0 \\
0 & + & [bc]y & + & [cc]z & + & [cd]w & + & 0 & + [cl] & = 0 \\
0 & + & 0 & + & [cd]z & + & [dd]w & + & [de]v & + [dl] & = 0 \\
0 & + & 0 & + & 0 & + & [de]w & + & [ee]v & + [el] & = 0
\end{array}$$

Notación cracoviana con ceros iniciales:

$$\left|\begin{array}{ccccccc}
[aa] & [ab] & 0 & 0 & 0 & [al] & [as] \\
 & [bb] & [bc] & 0 & 0 & [bl] & [bs] \\
 & & [cc] & [cd] & 0 & [cl] & [cs] \\
 & & & [dd] & [de] & [dl] & [ds] \\
 & & & & [ee] & [el] & [es] \\
 & & & & & [ll] & [ls] \\
 & & & & & & [ss]+1
\end{array}\right|$$

Transformación a un único subíndice:

$$\left|\begin{array}{ccccccc}
a_1 & a_2 & 0 & 0 & 0 & a_{10} & a_{16} \\
 & a_3 & a_4 & 0 & 0 & a_{11} & a_{17} \\
 & & a_5 & a_6 & 0 & a_{12} & a_{18} \\
 & & & a_7 & a_8 & a_{13} & a_{19} \\
 & & & & a_9 & a_{14} & a_{20} \\
 & & & & & a_{15} & a_{21} \\
 & & & & & & a_{22}
\end{array}\right|$$

El único subíndice de los elementos sobre la diagonal principal en la notación cracoviana con ceros iniciales se puede calcular usando la ecuación:

$$P_j = \frac{(j+1)*j}{2} - \sum_{k=1}^{j} Z_k \qquad (5)$$

donde:

j = No. de la columna

P_j = único subíndice en la diagonal principal

Z_k = número de ceros iniciales en la columna k

El único subíndice de los elementos fuera de la diagonal principal en la notación cracoviana con ceros iniciales, se calcula con la fórmula:

$$h = P_{j-1} + i - Z_j \tag{6}$$

donde:

h = único subíndice del elemento fuera de la diagonal principal

SOLUCION DE LAS ECUACIONES NORMALES

- Cálculo de los elementos de la raíz cracoviana

Para los elementos sobre la diagonal principal:

$$A(P_j) = \left(a(P_j) - \sum_{k=P_{j-1}+1}^{P_{j-1}} (A_{(k)})^2\right)^{1/2} \tag{7}$$

Para los elementos fuera de la diagonal princípal:

$$A_{(h)} = \frac{1}{A_{(k)}} \left(a_{(h)} - \sum_{k=1}^{t-1} A_{(P_j-k)} A_{(h-k)}\right) \tag{8}$$

donde:

$$j = h - P_{j-1} + Z_j$$

$$t = P_j - P_{j-1} \text{ sí } P_j - P_{j-1} \leq h - P_{j-1}$$

$$t = h - P_{j-1} \text{ sí } P_j - P_{j-1} > h - P_{j-1}$$

- Determinación de las incógnitas:

$$X_{(r)} = \frac{-1}{A_{(P_r)}} \left(A_{(P_m + r)} + \sum_{k=r+1}^{m} X_k A_{(P_{k+r} - k)}\right) \tag{9}$$

donde.

r = m,m-1,m-2,......., 2,1

m = número total de incógnitas

- Cálculo de los errores medios de los parámetros incógnitas:

$$m_{xi} = (Q_{ii})^{1/2} \tag{10}$$

$$Q_{ii} = \sum_{k=1}^{n} IR_k$$

donde:

IR: elementos del inverso del cracoviano de coeficientes de las Ecuaciones Normales

i: número correspondiente a la incógnita

n: cantidad total de incógnitas

CONCEPCION Y ESTRUCTURA DEL SISTEMA DESARROLLADO

El sistema de programas desarrollado, destinado a la ejecución de la compensación de Redes Horizontales, está conformado por cuatro programas principales más un programa opcional y diez subrutinas. El sistema fue concebido para trabajar en forma modular (programas separados) a fin de aprovechar mejor la memoria del microcomputador. (8), (9), (10).

La compensación se realiza en el plano, usando el método de los cuadrados mínimos, caso paramétrico. En el cálculo y solución del sistema de Ecuaciones Normales se aplica el algoritmo del único subíndice, en el cual se omiten las operaciones sobre los ceros iniciales ya que éstos no son almacenados.

Los datos originales están constituídos por las observaciones de ángulos, direcciones,acimutes, distancias y sus respectivas desviaciones standard; así como las coordenadas de los puntos fijos y coordenadas aproximadas de los puntos nuevos de la Red. El sistema permite compensar diversos tipos de Redes Horizontales: triangulaciones (ángulos,direcciones ó mezcla de ángulos y direcciones), trilateraciones y redes híbridas. La incorporación de archivos para el almacenamiento de las observaciones, ha permitido el máximo aprovechamiento de la capacidad del microcomputador. A continuación se presentan los esquemas del sistema de programas desarrollado:

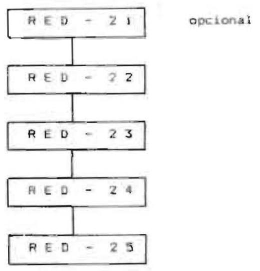


Fig. 4: Esquema General del Sistema Desarrollado

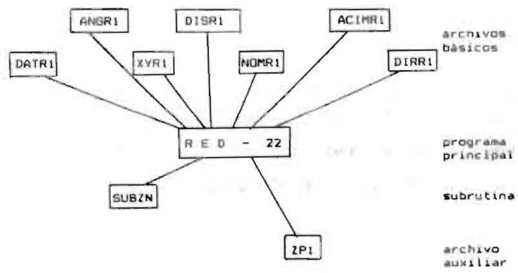


Fig. 5: Subsistema RED-22 de verificación de las observaciones, cálculo de los ceros iniciales y únicos subíndices.

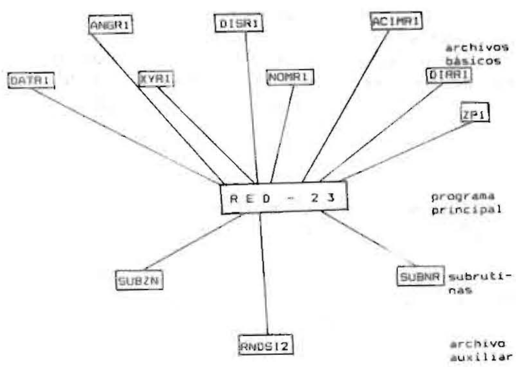


Fig. 6: Subsistema "RED-23" para la formación de los elementos de la matriz de diseño y cálculo del cracoviano de los coeficientes de las Ecuaciones Normales

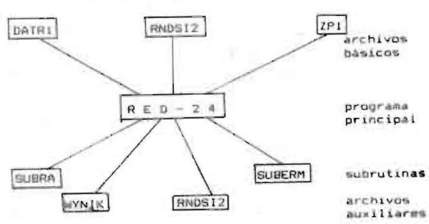


Fig. 7 Subsistema "RED-24" para el cálculo de los parámetros incógnitas y sus errores medios

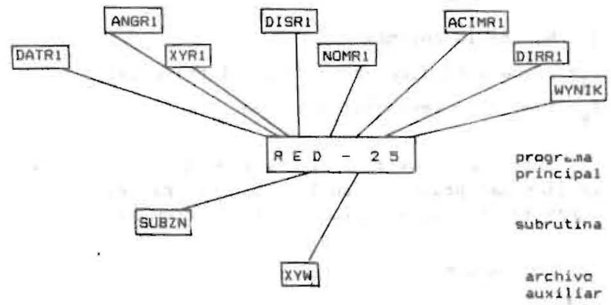


Fig. 8: Subsistema "RED-25" para la impresión de los resultados de la compensación

PROGRAMA "RED-22":

Tiene como finalidad el cálculo e impresión de los términos libres de las Ecuaciones de Errores de las observaciones angulares, de distancias, acimutales y de direcciones. Durante la ejecución de este programa se determina cual será la estructura del cracoviano de los coeficientes de las Ecuaciones Normales (sin calcularlo), relacionando los vértices involucrados en cada una de las observaciones que se van a procesar durante la compensación. Esto es muy importante ya que al determinar esta estructura se obtiene la cantidad de ceros iniciales de cada columna del cracoviano, lo cual es el factor que va a determinar la cantidad de memoria requerida para el almacenamiento de dicho cracoviano.

PROGRAMA "RED-23":

Tiene como finalidad calcular los coeficientes de las Ecuaciones de Error y del cracoviano de coeficientes de las Ecuaciones Normales, basándose en la estructura generada por el programa RED-22. Una característica fundamental de este programa es que calcula los coeficientes de las Ecuaciones de Error pero de ninguna manera almacena la matriz de diseño A; como se sabe esta matriz es dispersa, y el programa fue diseñado de tal forma para aprovechar esta cualidad al trabajar únicamente con los coeficientes diferentes de cero.

PROGRAMA "RED-24":

Con este programa se resuelve el sistema de Ecuaciones Normales, es decir se calculan los parámetros incógnitas y los errores medios de éstos. El procedimiento empleado para el cálculo de las incógnitas es el algoritmo de Banachiewicz o mejor conocido como de la Raíz Cracoviana.

PROGRAMA "RED-25":

Este programa sirve para la impresión de los resultados de la compensación.

SUBSISTEMA OPCIONAL "RED-21":

El subsistema RED-21 permite reducir las observaciones(ángulos, distancias, acimutes y direcciones) al plano Gauss-Kruger, es una opción la cual se presenta al usuario quien debe decidir si desea que los datos a procesar en la compensación sean reducidos a la proyección antes mencionada.Como producto de la ejecución de este subsistema se deben generar archivos con las observaciones ya reducidas las cuales serán utilizadas en la compensación. El subsistema está conformado por cinco programas principales y seis subrutinas los cuales están distribuídos en "grupos", tal como se presenta a continuación:

R E D - 2 1

R E D - 2 1 A

R E D - 2 1 A N

R E D - 2 1 D I

R E D - 2 1 D S

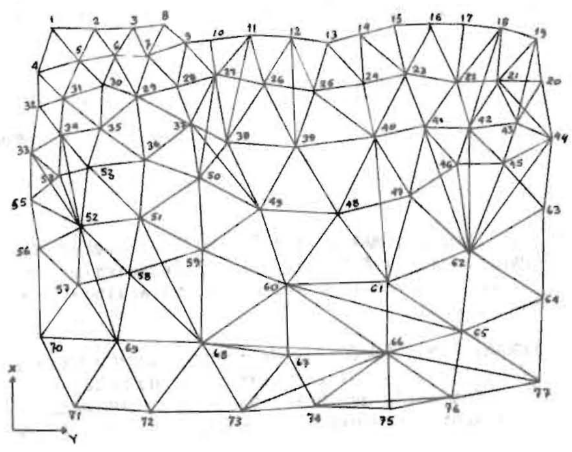
Fig. 9 Esquema general del subsistema "RED-21"

Cada uno de los recuadros del esquema presentado en la figura 9 representa un "grupo", cada uno de los cuales ejecuta una función específica. El grupo "RED-21" del subsistema del mismo nombre sirve para la selección del tipo de elipsoide de referencia a utilizar para la proyección; el grupo "RED-21A" efectúa la proyección de los acimutes al plano Gauss-Kruger; el grupo "RED-21AN" realiza la proyección de los ángulos al plano antes mencionado; el grupo "RED-21DI" se encarga de la proyección de las observaciones de direcciones y el grupo "RED-21DS" proyecta las distancias al plano.

EJEMPLO ILUSTRATIVO

A objeto de ilustrar la capacidad que permite manipular el sistema de programas desarrollado en la HP-86, se realizó la compensación de una Red Geodésica conformada por 75 puntos nuevos, la figura correspondiente a dicha red se presenta a continuación: (3)

Los datos de la Red Geodésica antes mencionada están constituídos por: 215 acimutes, 215 distancias, 297 ángulos y las coordenadas aproximadas de todos los puntos. Todos los datos y resultados obtenidos de la compensación de dicha Red se encuentran en el trabajo de tesis realizado, a continuación se presenta una pequeña tabla donde se resumen los valores máximos obtenidos para los errores medios de los puntos compensados.



errores maximos (cm)					
Pto.	Mx	Pto.	My	Pto.	σ_p
1	37	55	45	1	55

Al tener 727 observaciones y 150 incógnitas, la matríz A tendrá un orden de 727x150, que en la solución matricial debería almacenarse y esto es imposible en la HP-86. El algoritmo utilizado en este trabajo no requiere el almacenamiento de la matriz A, de A transpuesta y de la matriz de pesos, permitiendo operar con un número mayor de observaciones y de incógnitas, sin módulo adicional de memoria para la HP-86, que para el caso de redes medianas y grandes puede ser requerido, destacándose más aún la ventaja del algoritmo, pues la HP-86 no tiene disco duro y su memoria es de apenas 60 kbytes.Asimismo, la matriz de coeficientes de las ecuaciones normales sería de 150x150 que presentaría inconvenientes en el álgebra matricial para su almacenamiento e inversión en la HP-86, por lo que los microcomputadores no se han usado para estos volúmenes de informaciones aplicando el álgebra matricial para compensar redes horizontales. Situación ésta resuelve el algoritmo empleado acá.

CONCLUSIONES

- La estructuración del sistema desarrollado en módulos permite incorporar otros subsistemas tales como para la compensación de Redes de Nivelación, Post-análisis, etc.; sin afectarse el sistema.

- La combinación del álgebra cracoviana con el único subíndice demuestra su eficiencia en la formación y solución de Ecuaciones Normales en la compensación de Redes Horizontales y puede ser usada para la resolución de cualquier sistema de Ecuaciones Normales.

- El sistema de programas desarrollado es el único en el cual se combina el álgebra cracoviana y el único subíndice para compensar Redes Horizontales y único en la Universidad del Zulia, puesto que sólo existen programas independientes en FORTRAN y no un SISTEMA.

BIBLIOGRAFIA

1) CASTILLO, L.; MARIN, F.: *"La Matriz Inversa Generalizada. Su Aplicación en la Ingeniería Geodésica"*. Universidad del Zulia, Maracaibo- Venezuela, 1985.

2) LUNAR, M.M.: *"Solución de Ecuaciones Normales en el Ajuste de Aerotriangulaciones Usando la Transformación del Unico Subíndice Combinada con el Algebra Cracoviana"*. Memorias de las Primeras Jornadas de Fotogrametría, Sensores Remotos y Cartografía, de la Universidad de los Andes. Volumen I. Mérida, Venezuela, 1984.

3) CHOJNICKI, W.: *"Geodezyjny Rachunek Wyrownania W Zadaniach"*. Panstowowe Przedsiebiorstwo Wydawnictw Kartograficznych.

4) QUEK, S.H.: *"Sparse Matrix Techniques"*. Seminar for Special Topics in Adjustment. University of New Brunswick, Canadá, 1980.

5) SNAY, R.A.: *"Reducing The Profile of a Sparse Symmetric Matrix"*. 1976.

6) CHRZANOWSKI, A.: *"Cracovian Calculus"*. Academy of Mining and Metallurgy Cracow, Poland. The Canadian Surveyor, 1965.

7) WAHL, B.: *"La Aplicación del Algebra Cracoviana en el Cálculo de Compensación"*. Ingeniería No.5. Universidad del Zulia. Maracaibo,Venezuela,1963.

8) CUETO, M.: *"La Compensación en Fases"*, Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela, 1985.

9) KOK, J.J.: *"An Algorithm for The Reduction of Sparse Symmetric Matrices, for use in Least-Squares Adjustment Programmes"*. F. Halmos and J. Somogyi Akademial Kiado. Budapest. Hungry, 1979.

10) MEISSL, P.: *"Computer Techniques in Geodesy"*. Proceedings of the International Symposium on Geodetic Network and computations of the International Association of Geodesy. Munich, August 31 to September 5, 1981. Volume VIII. Edited by Rodolf Sigl.

11) MARCANO, A.: *"Diseño de una Metodología para el Post-análisis de Redes de Triangulación"*. Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela. 1987.

Recibido el 28 de Septiembre de 1989