

# The structured hypergraph as a structural model for organized systems

Kinsley J. Giles\* y Carlos Morales\*\*

*Instituto de Cálculo Aplicado, Facultad de Ingeniería, La Universidad del Zulia  
Apartado 526. Maracaibo 4001-A, Venezuela  
\*kgiles@kaa.ica.luz.ve, \*\*cmoral@kaa.ica.luz.ve*

## Abstract

The current trend in computing is to introduce more formality into the field. These trends, which may be catalogued as physicalist, will probably introduce substantial progress in this field. This paper presents a structural model for organized systems with multithreaded hierarchies. The formalization introduced by the Theory of general systems is chosen as the starting point. The concept of organized system with multithreaded hierarchies is then unfolded using the structured hypergraph taking agents, effects and interactions as primitive elements. This formalization would lead to a better control and greater capacity for expression in the design process. Furthermore, as expected in every physicalist trend, there is a potential for increasing design capacity and widening the field of computing.

**Key words:** Theory of general systems, organized systems, structured hypergraph, agents, interactions, artificial intelligence.

## El hipergrafo estructurado como modelo estructural para los sistemas organizados

### Resumen

En la actualidad existe la tendencia a introducir mayor formalidad al trabajo en computación. Algunas de estas tendencias, que pueden ser catalogadas como fisicalistas, podrían introducir avances significativos en el campo de la computación. En este trabajo, se presenta un modelo estructural para los sistemas organizados con múltiples jerarquías entrelazadas. Como punto de partida se escoge la formalización introducida por la Teoría General de Sistemas. Luego se introduce el concepto de sistema organizado en múltiples jerarquías entrelazadas y el hipergrafo estructurado como modelo estructural. La formalización llevaría a un mejor control y a una mayor capacidad de expresión en el diseño. Por otra parte, como se espera en toda tendencia fisicalista, eventualmente existe la posibilidad de mayor capacidad de diseño y una ampliación del campo de la computación.

**Palabras claves:** Teoría general de sistemas, sistemas organizados, hipergrafo estructurado, agentes, interacciones, inteligencia artificial.

### Introducción

En ciertos círculos existe la tendencia a establecer una conexión más cercana entre la física, la matemática y la computación. La fundamentación de esta tendencia se basa en las similitudes entre estos tipos de sistemas -computacionales, físicos y matemáticos- y la motiva-

ción se encuentra en el posible aprovechamiento de los métodos formales de la física y la matemática en el campo de la computación. Esta tendencia, de introducción de la física y la matemática en otros campos, en general, se denomina Fisicalismo.

En la computación fisicalista se ha llegado a considerar que los procesos computacionales

son en último término abstracciones de procesos físicos, e inclusive, se ha llegado a hablar de una mecánica de la información [1]. Considerando los sistemas en computación y en biología como sistemas selectivos, se ha tratado de establecer limitaciones comunes dentro de un marco formal fisicalista [2]. Por otra parte, tanto para la computación, como para la física se ha tratado de establecer un marco formal fundamental que permita describir todas las computaciones físicamente posibles como inmersas en los procesos físicos [3]. Inclusive a nivel de lógica se ha tratado de establecer un modelo para la computación que esté de acuerdo a los principios básicos de la física [4]. Otras direcciones de investigación dentro de esta tendencia fisicalista tratan de explotar los autómatas celulares reversibles como análogos discretos de nociones de la física clásica tales como: espacio, tiempo, localidad y reversibilidad microscópica, para establecer modelos fisicalistas para la computación [5].

Esta tendencia fisicalista, podría introducir avances significativos en el campo de la computación. Siguiendo esta dirección, en este trabajo se introducen algunas definiciones procedentes de la teoría general de sistemas para describir los sistemas organizados. Los sistemas organizados deben constituir la base para el diseño de sistemas de inteligencia artificial, sobre todo dentro del paradigma de los sistemas distribuidos de trabajo cooperativo inteligente.

### Teoría General de Sistemas y Sistemas Organizados

La Teoría General de Sistemas nace como un campo independiente desde 1930 con von Bertalanffy [6]. Esta rama crece en oposición al método tradicional de la época que consistía en: el análisis del sistema basado en el estudio de los componentes en forma independiente; para luego superponer estos efectos y obtener la descripción del comportamiento del sistema como un todo. Este tipo de enfoque de los problemas no en todos los casos está justificado, ya que existen sistemas en los cuales el todo es más que las partes, debido a propiedades emergentes de las interacciones entre los componentes. Por otra parte, la Teoría General de Sistemas intenta explotar la homología en los diferentes sistemas.

De acuerdo a la Teoría General de Sistemas, éstos pueden ser definidos de varias formas dependiendo de los rasgos del sistema de los cuales se parte, entre ellas se pueden enumerar las siguientes definiciones [7]:

1. un conjunto de elementos, sus comportamientos permanentes y sus acoplamientos, o interacciones; que define la *Estructura Real UC*.
2. un conjunto de variaciones en el tiempo de las características que determinan el sistema; o definición de la *Actividad*.
3. como una relación dada, invariante en el tiempo, entre valores instantáneos pasados o futuros de las cantidades que determinan el sistema, o *Comportamiento permanente*.

Por otra parte, en una especificación de un sistema aquella parte de la definición que enumera los elementos del sistema y sus relaciones constituye un *modelo estructural*, mientras que la que especifica el comportamiento, o funcionamiento, del sistema constituye un *modelo funcional*.

### Sistemas

En esta sección se dará una definición de sistema, que esté de acuerdo a lo especificado en la Teoría General de Sistemas, pero partiendo de los agentes, efectos e interacciones como elementos primitivos.

Un agente  $a_i$  es un elemento del sistema que es capaz de causar de un efecto,  $e_{x_i}$ , i.e.,  $x: a_i \rightarrow e_{x_i}$ , a su vez los efectos están determinados por un conjunto de parámetros,  $e_{x_i} \subset p_1 \times \dots \times p_m$ . Entre dos agentes,  $a_1$  y  $a_2$  se dice que existe una *interacción*, denotada por  $int(a_1, a_2)$ , si y sólo si  $a_1 \neq a_2$  y  $a_1$  es causa de un efecto sobre  $a_2$ , o viceversa.

Sean  $a_1$  y  $a_2$  agentes y una aplicación  $x: a_1 \rightarrow e_x$  y  $x: a_2 \rightarrow e_x$ , que asigna a los agentes  $a_1$  y  $a_2$  el mismo efecto  $e_x$ . Bajo estas condiciones se define una relación  $R(a_1, a_2)$  y una relación de equivalencia entre estos dos agentes  $a_1 \Leftrightarrow a_2 \pmod{R}$ . Sea  $E$  el conjunto de imágenes de la aplicación  $x$ , efectos, y  $A$  el conjunto dominio de dicha aplicación, agentes. Se puede definir una aplicación biunívoca  $x': A/R \rightarrow E$ . Como

el observador sólo tiene acceso a los efectos, desde su punto de vista los productores de efectos son en realidad clases de agentes equivalentes. En lo que sigue todas las aplicaciones se considerarán biunivocas y se denotarán indistintamente los agentes como  $a_i$  o  $x'$ .

Los elementos primitivos de descripción estructural del sistema son los agentes y las interacciones. Luego, un sistema está definido por el par  $S = \langle A, I \rangle$ , donde:  $A = \{ a_i \mid x(a_i) = e_i \} \wedge A \neq \emptyset$  es un conjunto de agentes e  $I = \{ (a_1, \dots, a_n) \mid a_k \in A; k=1, \dots, n \}$  es el conjunto de interacciones, siendo  $A$  e  $I$  disjuntos. De acuerdo a esta definición un solo agente es un sistema. Una notación más compacta para las interacciones de aridad mayor que dos, es la siguiente:  $int_j^n(a_k)$ : donde  $n$  es la aridad de la relación,  $k=1, \dots, n$  y  $j$  es un índice que identifica la interacción. Un modelo estructural de un sistema en función de agentes e interacciones  $n$ -arias, se puede lograr mediante un hipergrafo [8].

El comportamiento del sistema, o de un agente, es una relación dada invariante en el tiempo, que puede tomar la forma de una especificación teleológica del sistema [9]. Una descripción funcional del sistema, basada en una especificación teleológica se consigue definiendo: un par de aplicaciones  $P: E \times M \rightarrow E$  y  $G: M \times E \rightarrow V$  donde  $V$  es un valor llamado extremal. La aplicación  $P$  describe la actividad del sistema, mientras que la segunda  $G$  describe el rendimiento del sistema, además existe una relación  $O$  definida como:  $S \subset E \wedge \forall (x) \in E \Leftrightarrow \exists (m) \in M \mid \forall (m) \in M$  se tiene que:  $O \{ G[m, P(x, m)], G[m, P(x, m)] \}$ , i.e., un efecto es un posible efecto del sistema si y sólo si la función de rendimiento  $G$  mantiene la relación  $O$ , en función de los parámetros de decisión. El objetivo del sistema está especificado por  $O$ , i.e., se indica como una restricción expresado de mantener  $G$  dentro de lo indicado por  $O$ .

### Subsistemas, Sistemas Abiertos y Sistemas Cerrados

En un grupo,  $G$ , de agentes se pueden encontrar dos tipos: el primero, agentes que sólo interactúan con otros agentes del mismo grupo, i.e., los agentes entran en interacciones de la forma  $int_j^n(a_k)$ , donde todos los agentes  $a_k \in G$ ; y

el segundo, agentes que interactúan por lo menos con un agente externo al grupo, i.e., agentes que entran en interacciones de la forma  $int_j^n(a_k)$ , donde  $\exists (a_k) \notin G$ , estos últimos se denominan *agentes de interfase*. Los sistemas se pueden clasificar en: los que no poseen agentes de interfase, que se denominan *sistemas cerrados*, y los que poseen agentes de interfase, que se denominan *sistemas abiertos*. Basándose en estas nociones y la operación de inclusión de conjuntos es posible definir un *subsistema* como un sistema abierto incluido en otro sistema, es decir: un sistema  $S^S = \langle A^S, I^S \rangle$ , tal que  $A^S \subset A$  y  $I^S = \{ int_j^n \in I \mid \forall [int_j^n(a_k)] \Rightarrow \exists (a_k) \in A^S \}$  se llama *subsistema* de  $S = \langle A, I \rangle$ . El *conjunto de agentes de interfase* de un subsistema es el conjunto  $AF(S^S) = \{ a \in A \mid \exists [int_j^n(a_k, a)] : a_k \in A \wedge a_k \notin A^S \}$ , análogamente se define el *conjunto de interacciones de interfase*, como  $IF(S^S) = \{ int_j^n(a_k, a) \in I \mid \exists (a_k) \in A^S \wedge \exists (a) : a \notin A^S \wedge a \in A \}$ .

Una descripción de un subsistema visto como una caja negra podría ser dada en términos de sus agentes de interfase,  $AF$ , y de sus interacciones de interfase,  $IF$ . Esta perspectiva del subsistema lo describe como un *macroagente*. En los sistemas se pueden encontrar subsistemas,  $S_i$ , abiertos que vistos como macroagentes realizan cierta actividad y tienen subobjetivos específicos,  $O_i$ , tales subsistemas pueden constituir *subsistemas especializados*. Una característica importante de una especialización es que el hipergrafo que lo representa debe ser conexo, esto evita la posibilidad de incluir agentes que no contribuyen al trabajo especializado considerado, especificado por  $O_i$ .

### Organización de Sistemas

Una condición necesaria, pero no suficiente, para que exista una organización en un conjunto de sistemas, subsistemas especializados, es que exista una relación de orden entre ellos. Esta relación de orden está determinada por la actividad realizada por los subsistemas, que a su vez está determinada por sus subobjetivos específicos  $O_i$ . Si se tiene un conjunto de sistemas entre los cuales existe una relación de orden, se puede definir una organización en el supersistema de la siguiente manera: sea  $S = \{ S_0, S_1, \dots, S_n \}$  una familia de sistemas y *sub*, de *subordinado*, una relación de orden, tales

que:  $S_j \neq S_k, j \neq k, j, k = 1, \dots, n; \exists (S_0) \in S \mid S_0$  es único  $\wedge \forall (S_k) \in S: sub(S_k, S_0), k = 1, \dots, n$ ; como  $sub$  es antisimétrica  $sub(S_k, S_0) \Rightarrow \neg sub(S_0, S_k), \forall (S_j) \in S - \{S_0\}, \exists (S_k)$  único  $\wedge sub(S_j, S_k)$ . Un sistema para el cual se tiene definida una familia de subsistemas especializados y una estructura jerárquica se denomina *sistema organizado*.

Es de hacer notar, que en la definición de sistema organizado se tienen dos tipos de estructuras de la información: un relacional en  $\langle A, I \rangle$  caracterizada por las relaciones en  $I$ , que son simétricas, transitivas y reflexivas; y una segunda de tipo jerárquico en  $\langle S, sub \rangle$  caracterizada por la relación  $sub$  que es antisimétrica, transitiva e irreflexiva. En términos de relaciones se tiene las interacciones de todos los agentes de interfase de los sistemas especializados; mientras que en términos de los subsistemas especializados mismos se tiene una relación de subordinación con respecto al sistema en el cual está incluido. Esto trae como consecuencia que para una descripción estructural de un sistema organizado se requieren tanto la estructura del hipergrafo como una estructura de árbol.

En un sistema  $\langle A, I \rangle$  se puede presentar un conjunto de relaciones de subordinación  $sub$  como producto de las diferentes actividades, por lo que se tiene el caso de jerarquías múltiplemente entrelazadas y por lo tanto para la descripción estructural se requiere, el hipergrafo para la descripción de  $\langle A, I \rangle$  y un conjunto de árboles para la descripción de  $\langle S, sub \rangle$ .

Los sistemas de inteligencia artificial pueden ser considerados sistemas organizados con jerarquías múltiplemente entrelazadas, sobre todo vistos según el paradigma de los sistemas distribuidos de trabajo cooperativo inteligente. En estos sistemas existe un gran número de agentes, que pueden ser considerados subsistemas especializados, que interactúan en forma cooperativa para conseguir el objetivo global del sistema. En este sentido se han planteado diferentes modelos estructurales para el diseño: algunos relacionales, otros netamente jerárquicos y algunos que combinan ambas estructuras pero no de manera formal.

## Modelo Estructural para los Sistemas Organizados

En esta sección se planteará como el hipergrafo estructurado [10] permite modelar estructuralmente los sistemas organizados con jerarquías múltiplemente entrelazadas.

Para hacer un manejo a nivel conceptual de la especialización son útiles las operaciones de abstracción y especificación, definidas como sigue: la operación de reemplazar un subsistema,  $S^S$  compuesto de agentes, por un macroagente, obteniéndose un sistema  $S^R$ , se llama *abstracción*. La especificación es la operación dual de la abstracción y se puede definir como: la operación de expandir el sistema  $S^R$ , reemplazando al macroagente,  $x$ , con el subsistema especializado correspondiente,  $S^S$ .

Por medio de la abstracción se obtiene un nuevo sistema  $S^R = \langle A^R, I^R \rangle$ , que se llama *sistema reducido*, donde:  $A^R = (A - A^S) \cup \{x\}$ , y se debe cumplir que  $x \in A$  y  $x$  es el macroagente que reemplaza a  $S^S$ , e  $I^R = \{int^i_j \in I \mid int^i_j(y) \wedge y \in A^R\} \cup \{int^i_j(a_k) \mid int^i_j(a_k) \in IF(S^S) \wedge a_k \in \{x\} \cup AF(S^S)\}$ . El proceso de abstracción define un conjunto de relaciones entre  $S^R$  y  $S$ , expresadas por la aplicación:  $\phi: I^R \rightarrow AF(S^S)$ . Esta aplicación  $\phi$  define las interacciones entre los agentes de interfase del sistema especializado y el sistema reducido, en el cual dicho sistema especializado ha sido sustituido por un macroagente.

Por medio de la especificación se obtiene el sistema  $S$  que se llama *sistema expandido* definido por  $S^R$  y  $S^S$ , donde:  $A = (A^R \cup A^S) - \{x\}$  e  $I = I^S \cup \{int^i_j(a_k) \mid a_k \neq x\} \cup \{int^i_j \in I \mid a_k \in A - \{x\} \cup \phi(I)\}$ .

Las operaciones de abstracción y especificación se pueden representar por medio de los operadores *abs* y *esp*, respectivamente, de aridad tres. La operación de abstracción proyecta el sistema  $S$ , donde  $S^S \subset S$  sobre el sistema reducido  $S^R$ , i.e.,  $abs(S, S^S, x) = (S^R, \phi)$ ; mientras que la operación de especificación proyecta el sistema reducido  $S^R$  y  $S^S$  sobre  $S$ , i.e.,  $esp(S^R, S^S, \phi) = S$ .

Partiendo de una familia de subsistemas especializados de un sistema, que pueden haber sido obtenidos mediante la aplicación repetida de la operación de abstracción, se puede definir una aplicación  $\mu: x_j \rightarrow S_j$ , que induce una estruc-

tura jerárquica en la familia  $S$ , equivalente a la estructura  $\langle S, sub \rangle$ . De lo anterior se puede definir  $B = \{ \langle J_j, AF(S_j), \phi_j \rangle \mid j=1, \dots, n \}$  como el conjunto de triplos que definen interacciones de interfase entre cada elemento de  $S - \{S_0\}$  y su sistema subordinado. El triplo  $SE = \langle S, B, \mu \rangle$  define un hipergrafo estructurado y constituye un modelo estructural de la *organización* del sistema. Este modelo combina en una sola estructura los aspectos jerárquicos y relacionales de un sistema organizado.

Por último, es de hacer notar, que para un mismo conjunto de sistemas se pueden establecer una familia de funciones  $\mu_j$ , y una familia de funciones  $\phi_{kj}$ , que representan una familia de jerarquías entrelazadas [11]. En esta familia de jerarquías no todos los sistemas entran en cada jerarquía, además para un conjunto de sistemas pueden coexistir varias organizaciones.

### Conclusiones

Este modelo permite tener una jerarquía junto con un modelo relacional, tal como lo plantea el modelo de Li [12], como una jerarquía con conexiones laterales. A diferencia del modelo de Li, el uso del hipergrafo estructurado permite incluir dentro del mismo modelo estructural estas conexiones laterales, dotándolas de significado y estableciendo operaciones, *abs* y *esp*, para su estudio conceptual.

Cuando se está estudiando un sistema para determinar su funcionamiento, se puede establecer una especificación en función de entradas y salidas, obviando el modelo estructural. Pero en el diseño de sistemas la organización de los diferentes subsistemas es una parte importante del diseño. El diseño de los sistemas distribuidos de trabajo cooperativo inteligente dentro del modelo formal, extendido como se ha planteado en el párrafo anterior, llevaría a un mejor control y a una mayor capacidad de expresión en el diseño.

El modelo estructural puede ser complementado mediante un modelo funcional que parta de las mismas nociones primitivas de agentes, efectos e interacciones. Este complemento del modelo estructural también puede ser formalizado dentro de la teoría general de sistemas, de

forma que aproveche conceptos tales como el espacio estado, y la estructura de sucesos. La posibilidad de utilizar métodos matemáticos y teorías físicas en el diseño de estos sistemas promete, como es siempre la esperanza physicalista, una mayor capacidad diseño y una ampliación del campo de la computación.

### Referencias Bibliográficas

1. Toffoli, T.: Physics and Computation. *International Journal of Theoretical Physics*. Vol. 21, Nos. 3/4, (1982), pp. 165-175.
2. Rothstein, J.: Physics of Selective Systems: Computation and Biology. *International Journal of Theoretical Physics*. Vol. 21, Nos. 3/4, (1982), pp. 327-350.
3. Petri, C. A.: State-Transition Structures in Physics and in Computation. *International Journal of Theoretical Physics*, Vol. 21, No. 12, (1982), pp. 979-992.
4. Fredkin, E.; Toffoli, T.: Conservative Logic. *International Journal of Theoretical Physics*. Vol. 21, Nos. 3/4, (1982), pp. 219-253.
5. Margolus, N.: Physics-Like Models of Computation. *Physica*, 10D, (1984), pp. 81-95.
6. Von Bertalanffy, L.: *Teoría General de los Sistemas*; Trad.: Almea, J., Ediciones F.C.E., España, 1976.
7. Orchard, R. A.: *Sobre un enfoque de la teoría general de sistemas*, Trad.: Ortega, A. y Delgado, A., Comp.: Klir, G. J., 3 ed., Alianza Editorial, S.A., Madrid, 1984.
8. Berge, C.: *Graphes et hypergraphes*, 2 ed., Dunod, Paris, 1973.
9. Mesarovic, M. D.: *Trends and General Systems Theory*, John Wiley & Sons, Inc, London, 1972.
10. Ancona, M.; Floriani, L.: A hypergraph-based hierarchical data structure and its applications. *Adv. Eng. Software.*, Vol. 11, No. 1; (1989), pp. 2-11.
11. Milsum, J. H.: *La base jerárquica para los sistemas generales vivientes*, Trad.: Ortega,

- 
- A. y Delgado, A.: *Comp.*: Klir, G. J.; 3 ed.; Alianza Editorial, S.A., Madrid, 1984.
12. Li, Y. P.: *DKM-A Distributed Knowledge Representation Framework*; Expert Database Systems, edit.:Kerscheberg, L; Benjamin Gumings, California, 1989.

Recibido el 9 de Febrero de 1995

En forma revisada el 10 de Septiembre de 1996