

# Modeling and control of a three-phase power supply

*José G. Contreras e Ivo Barbi*

*Departamento de Potencia, Escuela de Eléctrica, Facultad de Ingeniería,  
Universidad de Los Andes. Av. Don Tulio Febres Cordero. Mérida, Venezuela.  
Telf. 074-402899. Fax 074 402897. E-mail: josecon@ing.ula.ve*

## Abstract

This article presents the modeling and control of a three-phase high power factor PWM-ZVS power supply with a single power stage. A model of small signals of the converter is developed by using the PWM switch technique. The transfer function which describes the dynamic behavior of the converter is obtained from the model. A complete scheme to calculate the parameters and coefficients of the developed model, as well as the controlling systems are presented. Simulations confirm the proposed theoretic strategy.

**Key words:** Modeling and control, power three-phase, PWM switch.

## Modelo y control de una fuente de alimentación trifásica

### Resumen

Este artículo presenta el modelo y control de una fuente de alimentación CA/CC trifásica, con alto factor de potencia, conmutación suave y una única etapa de procesamiento de potencia. Se estudia un modelo de pequeñas señales del convertidor, usando la técnica de la conmutación PWM. La función de transferencia que describe el comportamiento dinámico del convertidor se obtiene a partir del modelo. Se presenta un procedimiento completo para el cálculo de los parámetros y coeficientes del modelo, así como el de los circuitos controladores. Las simulaciones confirman la validez de la estrategia teórica propuesta.

**Palabras clave:** Modelo y control, fuente trifásica, conmutación PWM.

### Introducción

La aplicación de convertidores CA-CC ha crecido mucho en los últimos años gracias a sus características peculiares tales como alto rendimiento, elevado factor de potencia, conmutación suave y elevada frecuencia de interrupción; esta última característica permite reducir el peso y el volumen del convertidor.

Sin embargo la característica no lineal de los dispositivos semiconductores, dificulta la obtención del modelo del convertidor y por lo tanto el cálculo del controlador que permita un funcionamiento adecuado del convertidor.

Este artículo presenta el estudio del modelo y control de una fuente de alimentación trifásica,

con alto factor de potencia, conmutación suave y una única etapa de procesamiento de potencia [1, 2]. Se adopta la técnica de la conmutación PWM, así como el modelo del convertidor puente completo [3, 4, 5], para obtener el modelo del convertidor propuesto. A partir de éste, es posible determinar la función de transferencia, la cual describe su comportamiento dinámico, permitiendo así el análisis y diseño del circuito de control del convertidor.

### Descripción del circuito

El circuito de potencia del convertidor en estudio es mostrado en la Figura 1. Este consiste de un puente rectificador trifásico (D1...D6), de

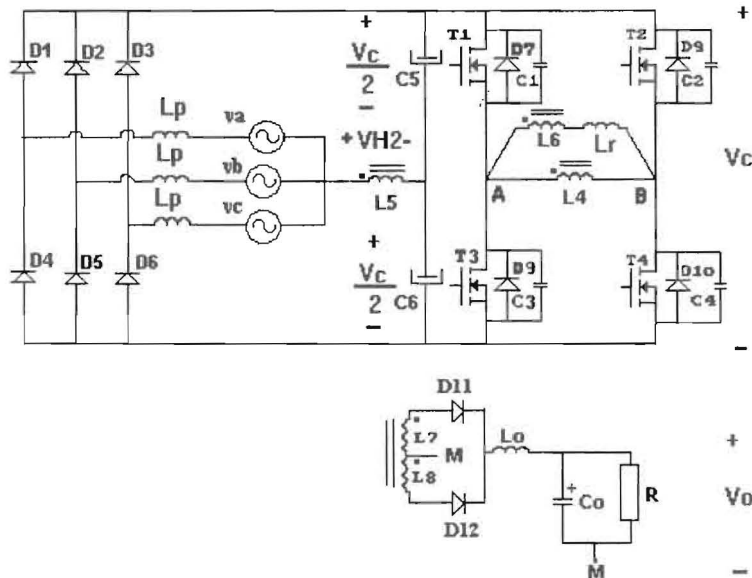


Figura 1 Esquema del circuito de potencia.

los inductores principales ( $L_p$ ) responsables por la transferencia de potencia a la carga, un transformador principal ( $L_4, L_5$ ), el cual se comporta como un generador de alta frecuencia, un inversor puente completo ( $T_1...T_4$ ) modulado a frecuencia constante con desplazamiento de fase, un transformador de salida ( $L_6, L_7, L_8$ ), un inductor de ayuda a la conmutación ( $L_r$ ), un filtro capacitivo del voltaje de barra ( $C_5, C_6$ ), un rectificador de salida ( $D_{11}, D_{12}$ ), un filtro de salida ( $L_o, C_o$ ) y una carga ( $R$ ).

El convertidor presenta como principales características: una sola etapa de procesamiento de potencia, la cual incluye la etapa de rectificación y la de corrección del factor de potencia, conmutación suave, opera con frecuencia fija, además de permitir aislamiento galvánico de la carga.

En la Figura 2 son mostradas las principales formas de onda del convertidor. Las etapas de operación de este circuito se presentan en detalle en la referencia [1].

### Circuito equivalente del convertidor trifásico

En la Figura 3 se presenta una primera simplificación del convertidor, para un instante de operación en el cual uno de sus voltajes de alimentación es nulo. Por ejemplo para:  $\theta = 60^\circ$

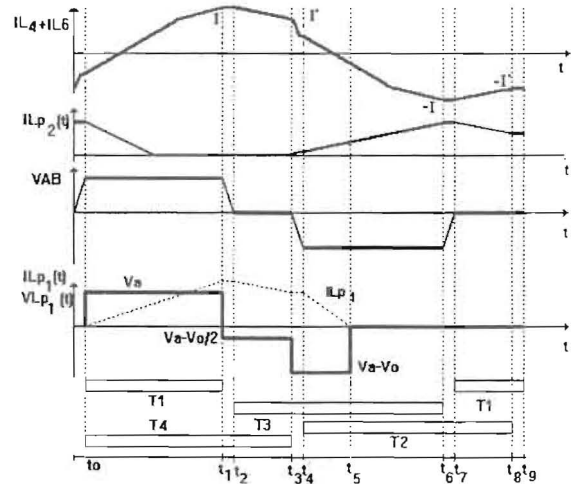


Figura 2. Principales formas de onda.

$$v_a = V_m \cdot \text{sen}\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} V_m = 0,866V_m \quad (1)$$

$$v_b = -V_m \cdot \text{sen}\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} V_m = -0,866V_m \quad (2)$$

$$v_c = 0 \quad (3)$$

Utilizando la técnica de la conmutación PWM [3, 4, 5, 6], es posible encontrar el modelo equivalente del convertidor (Figura 4). El modelo es estudiado sobre la hipótesis de que las variables de control están sometidas a una pequeña

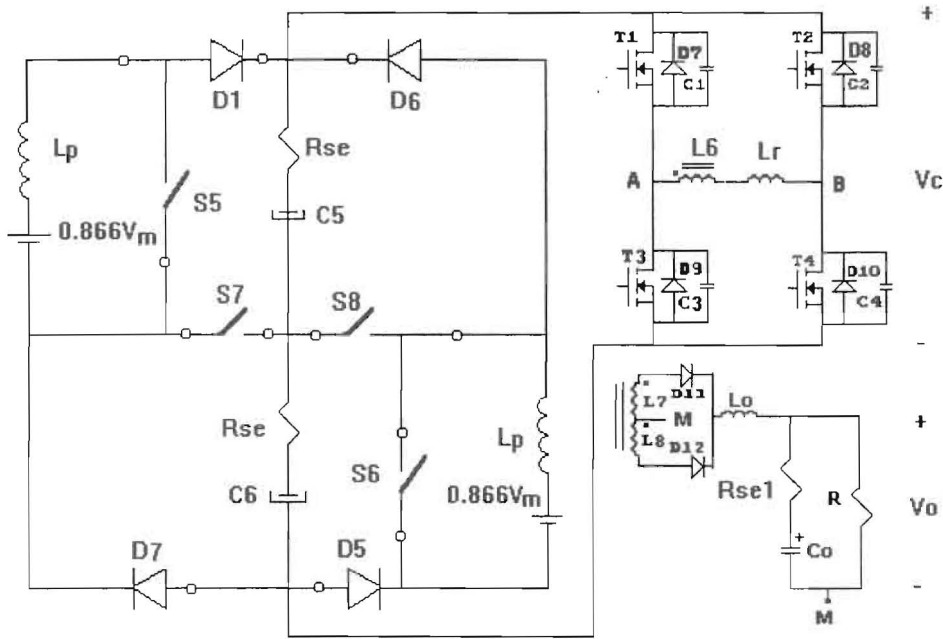


Figura 3. Circuito equivalente conmutado del convertidor.

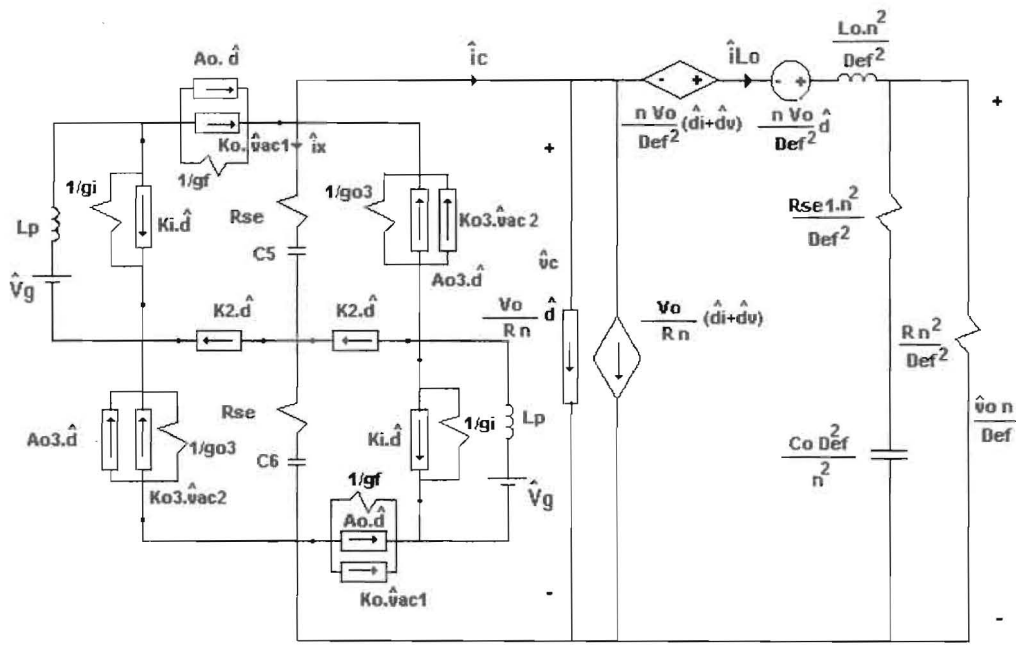


Figura 4. Modelo para pequeñas señales del convertidor.

perturbación de la amplitud, moduladas a una frecuencia bien por debajo de la frecuencia de conmutación.

Los valores de  $\hat{d}$  y  $\hat{d}v$  los cuales permiten tomar en consideración la disminución efectiva del

ciclo de trabajo, debido a la presencia del inductor de ayuda a la conmutación,  $L_r$ , pueden ser calculados por las expresiones (4) y (5).

$$\hat{d}i = -\frac{4 \cdot L_r \cdot f_s \cdot Def \cdot \hat{i}L_o}{n^2 \cdot V_o} \tag{4}$$

$$\hat{d}v = \frac{4 \cdot Lr \cdot fs \cdot Io \cdot Def^2 \cdot \hat{v}c}{n^3 \cdot Vo} \quad (5)$$

donde  $fs$  es la frecuencia de conmutación,  $n$  es la relación de transformación del transformador de salida,  $D$  es el ciclo de trabajo,  $Def$  es el ciclo de trabajo efectivo ( $D-\Delta D$ ),  $\Delta D$  es la pérdida del ciclo de trabajo,  $Io$  es la corriente de salida y  $Vo$  es el voltaje de salida.

Los valores de los coeficientes son:

$$gi = \frac{Ia1}{Vac1} \quad (\Omega^{-1}) \quad (6)$$

$$ki = \frac{2 \cdot Ia1}{D} \quad (A) \quad (7)$$

$$gf = \frac{Ip1}{2Vcp1} \quad (\Omega^{-1}) \quad (8)$$

$$Ko = \frac{Ip1}{2 \cdot Vac1} \quad (\Omega^{-1}) \quad (9)$$

$$Ao = \frac{1}{2} \left( A1 + A2 \cdot \frac{1.667}{D} \right) Ip1 \quad (A) \quad (10)$$

Donde  $A1$  y  $A2$  pueden ser calculados por las ecuaciones (11) y (12) (ver abajo).

$$Ao3 = \frac{Vo \cdot n \cdot Ip2}{2 \cdot D(n \cdot Vo - 4 \cdot D \cdot Vcp2)} \quad (A) \quad (15)$$

$$Ko3 = \frac{Ip2}{2 \cdot Vac2} \quad (\Omega^{-1}) \quad (16)$$

### Obtención de la función de transferencia FT(s) = $\frac{\hat{v}o}{\hat{d}}$

Definiendo  $\hat{v}o$  como la perturbación del voltaje de salida y  $\hat{d}$  como la perturbación de la razón cíclica, se parte del circuito de la Figura 4, en el cual la fuente de alimentación  $\hat{V}g$  es colocada en cortocircuito, pues tan sólo se busca el efecto resultante de las perturbaciones (o pequeñas señales), obteniéndose la expresión (17) que representa la función de transferencia del convertidor, FT(s).

Ecuaciones (11), (12), (13) y (14)

$$A1 = \frac{\begin{bmatrix} -1,73 \cdot 10^8 Vm^2 \cdot D^3 - 3,13 \cdot 10^6 \cdot Vm \cdot n \cdot Vo + 7,22 \cdot 10^6 n^2 \cdot Vo^2 \cdot D \\ + 3,75 \cdot 10^7 D^2 \cdot Vm \cdot n \cdot Vo - 3,61 \cdot 10^6 n^2 \cdot Vo^2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -3,13 \cdot 10^6 D \cdot Vm \cdot n \cdot Vo + 3,61 \cdot 10^6 n^2 \cdot Vo^2 \cdot D^2 - 3,61 \cdot 10^6 n^2 \cdot Vo^2 \cdot D \\ + 9,02 \cdot 10^5 n^2 \cdot Vo^2 + 1,25 \cdot 10^7 Vm \cdot n \cdot Vo \cdot D^3 - 4,33 \cdot 10^7 Vm^2 \cdot D^4 \end{bmatrix}} \quad (11)$$

$$A2 = \frac{\begin{bmatrix} 4,49 \cdot 10^{25} D^5 \cdot Vm^3 - 4,54 \cdot 10^{25} Vm^2 \cdot D^4 \cdot n \cdot Vo + 7,49 \cdot 10^{24} n^2 \cdot Vo^2 \cdot D^3 \cdot Vm \\ + (-1,62 \cdot 10^{24} Vm^2 \cdot n \cdot Vo - 1,87 \cdot 10^{24} n^2 \cdot Vo^2 \cdot Vm + 1,08 \cdot 10^{24} n^3 \cdot Vo^3) D^2 \\ + (-14970 \cdot n^3 \cdot Vo^3 + 9,36 \cdot 10^{23} n^2 \cdot Vo^2 \cdot Vm) D - 2,70 \cdot 10^{23} n^3 \cdot Vo^3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3,75 \cdot 10^{25} D^5 Vm^3 - 3,25 \cdot 10^{25} D^4 \cdot Vm^2 \cdot n \cdot Vo \\ + (3,13 \cdot 10^{24} n^2 \cdot Vo^2 \cdot Vm - 92229 \cdot Vm^2 \cdot n \cdot Vo) D^3 \\ + (2,71 \cdot 10^{24} Vm^2 \cdot n \cdot Vo + 1,80 \cdot 10^{24} n^3 \cdot Vo^3 + 3,13 \cdot 10^{24} n^2 \cdot Vo^2 \cdot Vm) D^2 \\ + (-2,34 \cdot 10^{24} n^2 \cdot Vo^2 \cdot Vm - 1,80 \cdot 10^{24} n^3 \cdot Vo^3) D + 4,51 \cdot 10^{23} n^3 \cdot Vo^3 \end{bmatrix}} \quad (12)$$

$$K2 = \frac{-(3464 \cdot Vm \cdot D^3 + 500 \cdot n \cdot Vo \cdot D^2 - 125 \cdot n \cdot Vo)}{1732 \cdot Vm \cdot D^4 + 500 \cdot n \cdot Vo \cdot D^3 + (-500 \cdot n \cdot Vo - 433 \cdot Vm) D^2 + 125 \cdot n \cdot Vo \cdot D} Ia2 \quad (13)$$

$$go3 = \frac{2 \cdot D(433 \cdot Vm \cdot D + 250 \cdot n \cdot Vo \cdot D - 125 \cdot n \cdot Vo) Ip2}{(433 \cdot Vm \cdot D + 250 \cdot n \cdot Vo \cdot D - 125 \cdot n \cdot Vo)(-4 \cdot Vcp2 \cdot D + n \cdot Vo)} \quad (14)$$

$$FT(s) = \frac{\left[ \begin{matrix} (2 \cdot Z7 \cdot Z2 \cdot Z5 + Z8 + 2 \cdot Z9 + Z7 \cdot Z2 \cdot Z3 - Z10 \cdot Z6 \cdot Z2 \cdot Z3) \\ + Z10 \cdot Z11 - 2 \cdot Z10 \cdot Z6 \cdot Z2 \cdot Z5 - Z10 \cdot Z4 \end{matrix} \right] \cdot Z1 + Z10}{\left[ (-Z6 \cdot Z2 \cdot Z3 - 2 \cdot Z6 \cdot Z2 \cdot Z5 - Z4 + Z11) \cdot Z12 - 2 \cdot Z13 \right] \cdot Z1 + Z12} \quad (17)$$

Los parámetros de esta expresión se definen a continuación:

$$Z1 = Rse + \frac{1}{s \cdot C} \quad (18)$$

$$Z2 = \frac{s \cdot Lp}{\left( \begin{matrix} gi \cdot Lp \cdot Ko3 + Ko \cdot Lp \cdot go3 + Ko \cdot Lp \cdot Ko3 + gi \cdot Lp \cdot go3 \\ Lp \cdot gf \cdot gi + Lp \cdot gf \cdot Ko3 + Lp \cdot gf \cdot go3 \end{matrix} \right) s - go3 - Ko3 - gf} \quad (19)$$

$$Z3 = gf \cdot \frac{(2 \cdot gi \cdot Lp + 2 \cdot Ko3 \cdot Lp + 2 \cdot go3 \cdot Lp) \cdot s - 2}{s \cdot (Lp \cdot (go3 + Ko3))} \quad (20)$$

$$Z4 = gf \cdot \frac{(-2 \cdot go3 \cdot Lp - Ko3 \cdot Lp)}{Lp \cdot (go3 + Ko3)} \quad (21)$$

$$Z5 = \left[ \frac{1}{s \cdot Lp} - gi - Ko \right] \quad (22)$$

$$Z6 = \left( gf \cdot go3 + \frac{1}{2} \cdot gf \cdot Ko3 \right) \quad (23)$$

$$Z7 = (-Ki \cdot go3 - Ki \cdot Ko3 - gf \cdot K2 - gf \cdot Ki - Ao \cdot Ko3 - gf \cdot Ao3 - Ao \cdot go3) \quad (24)$$

$$Z8 = gf \cdot \frac{(2 \cdot Ao3 \cdot Lp - 2 \cdot K2 \cdot Lp + 2 \cdot Ki \cdot Lp)}{Lp \cdot (go3 + Ko3)} \quad (25)$$

$$Z9 = \left[ -Ki - K2 - \frac{Vo}{R \cdot n} + Ao \right] \quad (26)$$

$$Z10 = \frac{Vo^2 \cdot n^3}{Def^2 \cdot (Vo \cdot n^2 - 4 \cdot Lr \cdot fs \cdot Io)} \quad (27)$$

$$Z11 = \frac{8}{Vo \cdot (R \cdot n^4)} \cdot Io \cdot Def^2 \cdot Lr \cdot fs \quad (28)$$

$$Z12 = Vo \cdot \frac{\left[ \begin{matrix} (n^3 \cdot Lo \cdot Rse1 \cdot Co + n^3 \cdot Lo \cdot Co \cdot R) s^2 \\ + (4 \cdot Def \cdot Lr \cdot fs \cdot r \cdot Co + n^3 \cdot R \cdot Rse1 \cdot Co) s \\ + 4 \cdot Def \cdot Lr \cdot fs + n^3 \cdot R \end{matrix} \right]}{\left[ (Rse1 \cdot s \cdot Co + 1) \cdot \left[ (Vo \cdot n^2 + 4 \cdot Lr \cdot fs \cdot Io) \cdot Def \right] \right]} \quad (29)$$

$$Z13 = \frac{Def \cdot ((R \cdot Co + Rse1 \cdot Co) \cdot s + 1) \cdot (n^3 \cdot R + 4 \cdot Def \cdot Lr \cdot fs)}{\left[ R^2 \cdot n^4 \cdot (Rse1 \cdot s \cdot Co - 1) \right]} \quad (30)$$

### Comprobación del modelo

Para comprobar la validez del modelo para pequeñas señales, los resultados obtenidos a

través de simulaciones del convertidor conmutado (Figura 3), fueron comparados con aquellos obtenidos a través de la función de transferencia del modelo del convertidor en lazo abierto (Figura 4).

Los valores de los parámetros utilizados en el circuito son:

Lp = 131.8 μH	C5 = C6 = C = 40 μF
Rse = 0.001 Ω	Rse1 = 0.095 Ω
fs = 20.000 Hz	Vo = 60 V
Co = 1000 μF	n = 4.8
Vm = 180 V	Lr = 38.4 μH
Lo = 50 μH	Po = 3 KW
R = 1.2 Ω	

Con los valores de los coeficientes obtenidos es posible calcular la función de transferencia, FT(s) utilizando la ecuación (17), cuyo resultado es:

$$FT(s) = \frac{293544 \cdot (s + 10526) \cdot (s + 2436)}{\left[ s^2 + 2996 \cdot s + 2.51 \cdot 10^7 \right] \cdot (s + 1503)} \quad (31)$$

Como se puede observar la función de transferencia que se obtiene, después de sustituir sus valores numéricos, es una expresión simple. En el ejemplo propuesto esta función de transferencia tiene solamente tres polos y dos ceros. Esto permite utilizar circuitos controladores sencillos.

El diagrama de Bode de la función de transferencia, en módulo y fase es mostrado en las Figuras 5 y 6 respectivamente.

### Simulación del circuito conmutado

El circuito utilizado en las simulaciones es el presentado en la Figura 3. El análisis dinámico a través de perturbaciones en la razón cíclica de control, permite realizar el trazado punto a punto de la respuesta en frecuencia (diagrama de Bode), mostrado en las Figuras 5 y 6.

Las respuestas en frecuencia obtenidas por la simulación del circuito equivalente del convertidor mostrado en la Figura 3 y la del modelo representado por la función de transferencia (ecuación 31), ilustradas en las Figuras 5 y 6, son muy semejantes, validando el modelo obtenido.

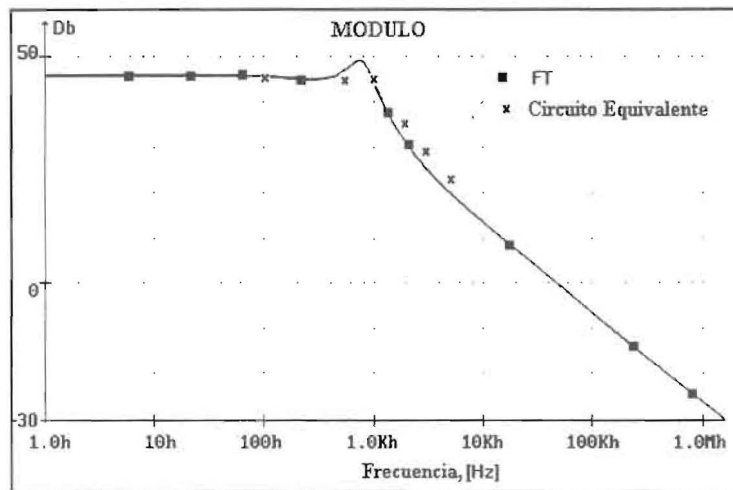


Figura 5. Diagrama de Bode Magnitud vs. Frecuencia.

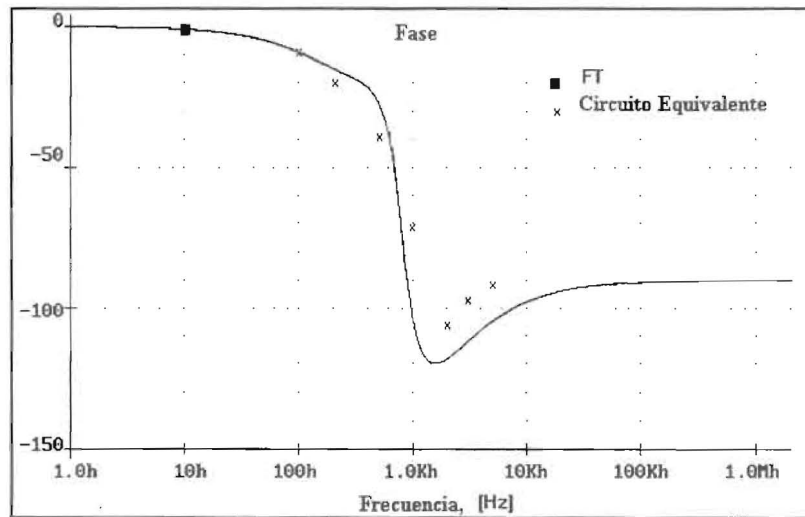


Figura 6. Diagrama de Bode Fase vs. Frecuencia.

### Circuito de control y diseño del controlador

El control adoptado en este estudio es por el modo de voltaje, por lo tanto se implementa un lazo de voltaje el cual actuará desde carga mínima hasta plena carga, regulando el voltaje de salida del convertidor.

El controlador se diseña a partir de la función de transferencia obtenida con el modelo del convertidor. La función de transferencia de la variación de voltaje de control, puede ser calculada por la ecuación (32).

$$Gv(s) = \frac{\hat{v}_o}{\hat{v}_c} = \frac{1}{V_D} FT(s) \quad (32)$$

Para supervisar el voltaje de salida se utiliza un divisor resistivo ( $R_1$ ,  $R_2$ ) (Figura 7). Esta señal pasa por un inversor de ganancia unitaria. El controlador compara la muestra del voltaje de salida del convertidor con el valor deseado ( $V_{ref}$ ), determina el error y produce una señal de control que reduce el error a un valor nulo o muy pequeño. Para producir la señal de control se utiliza un controlador proporcional integral.

La Figura 7 muestra el circuito de lazo de voltaje, donde  $Z_1$  y  $Z_2$  junto con el amplificador operacional del circuito integrado CI-3525 forman el circuito de compensación.

La Figura 8 muestra el voltaje de control y la señal diente de sierra que son comparadas para

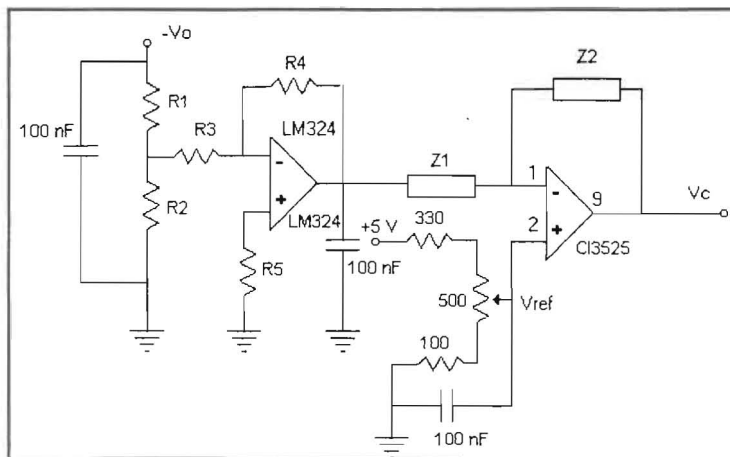


Figura 7. Circuito de la malla de voltaje.

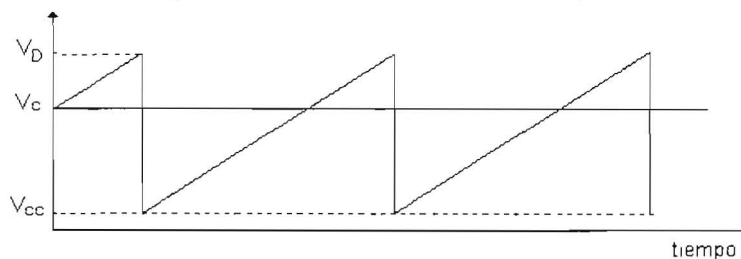


Figura 8. Señales diente de sierra y voltaje de control.

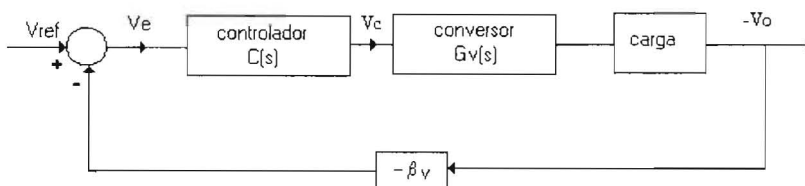


Figura 9. Diagrama de bloques del control.

definir la razón cíclica de control, donde:  $V_D$ : Voltaje de pico de la onda diente de sierra;  $V_c$ : Voltaje de control;  $V_{cc}$ : Nivel CC de la onda diente de sierra.

El ciclo de trabajo puede ser calculado mediante la expresión (33):

$$D = \frac{V_c}{V_D} \tag{33}$$

Observando la Figura 8 y utilizando la ecuación (33) se tiene que:

$$V_{ref} = V_c + V_{cc} = D \cdot V_D + V_{cc} \tag{34}$$

Para el caso particular en estudio con un ciclo de trabajo  $D = 0,4$  se obtiene:

$$G_v(s) = \frac{66563 \cdot (s + 10526)}{(s^2 + 2996 \cdot s + 2,51 \cdot 10^7)} \tag{35}$$

La Figura 9 muestra el diagrama de bloques del control en lazo cerrado, donde  $\beta_v$  representa la función de transferencia de la retro-alimentación. Para el lazo de voltaje el elemento de medida  $\beta_v$  es un divisor resistivo, representado por  $R1$  y  $R2$  (Figura 7) el cual puede ser calculado por la ecuación (36).

$$\beta_v = \frac{R2}{R1 + R2} \tag{36}$$

Para determinar la ganancia del controlador, se debe escoger una frecuencia de cruce por cero (ganancia $B=0$ ), la cual debe ser menor o igual a un cuarto de la frecuencia de conmutación ( $f_c \leq \frac{f_s}{4}$ ).

Sabiendo que la función de transferencia está dada por la expresión (35), se tiene que la ganancia del controlador para alcanzar la  $f_c$  escogida es:

$$K_{pi} = \frac{1}{|Gv(2 \cdot \pi \cdot f_c) \cdot \beta v|} \quad (37)$$

**Diseño del controlador proporcional integral**

El circuito del controlador proporcional integral es mostrado en la Figura 10.

La función de transferencia del controlador en función de los parámetros del circuito puede ser obtenida a partir de la ecuación (38).

$$C(s) = \frac{R7}{R6} \left( s + \frac{1}{R7 \cdot C} \right) \quad (38)$$

El desempeño del convertidor en lazo cerrado asociado al controlador PI aquí diseñado, fue verificado a través de simulaciones. Aplicando un escalón unitario a la entrada, se verifica el comportamiento de la respuesta del sistema en lazo cerrado.

El resultado de la simulación es mostrado en la Figura 11. De esta figura se puede observar que el tiempo de respuesta es muy pequeño, en torno de 500  $\mu s$ .

Con el controlador PI se verifica la presencia de una pequeña sobreseñal, pero en compensación, el error estático es muy pequeño gracias a la presencia del integrador, que coloca un polo en el origen, el cual origina una elevada ganancia CC.

En la Figura 12 se muestra el comportamiento del voltaje y la corriente de carga. La carga

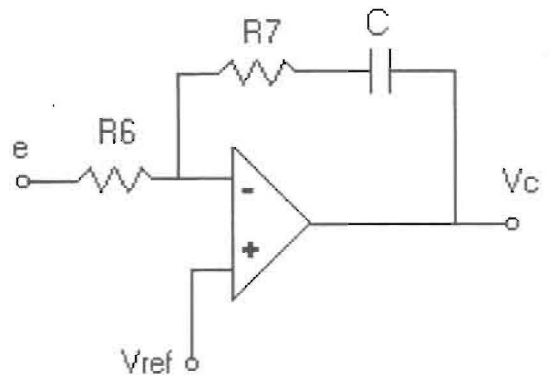


Figura 10. Controlador PI de la malla de voltaje.

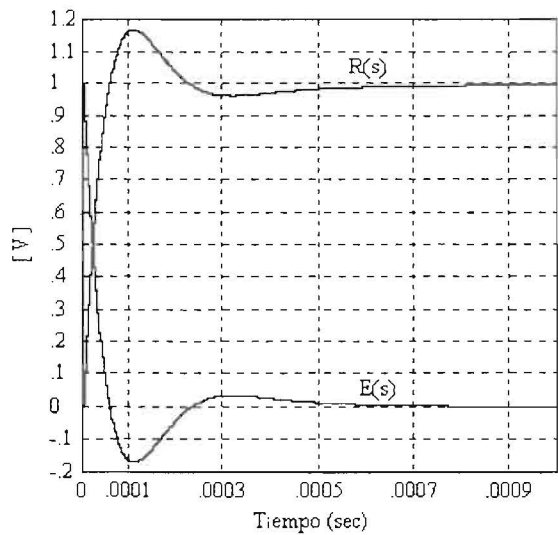


Figura 11. Respuesta a un escalón del convertidor con controlador PI.

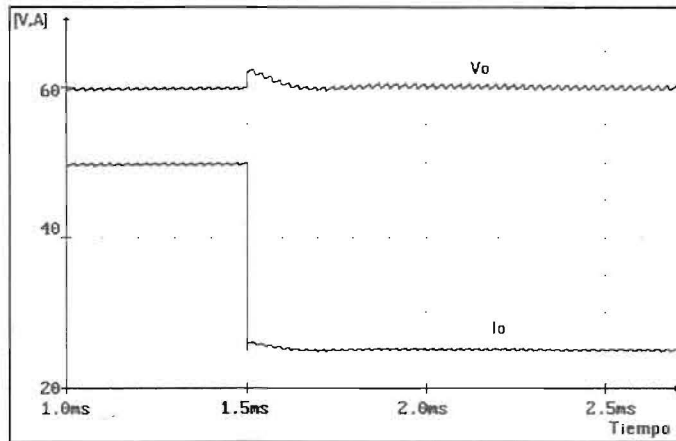


Figura 12. Voltaje y corriente de salida con variación de la carga de 100% para 50%.



es variada instantáneamente de 100% a 50%. Observando la figura se verifica que el tiempo de respuesta es muy pequeño (aproximadamente 500  $\mu$ s), y prácticamente no presenta sobreesñal.

Como se puede observar el convertidor presenta un desempeño satisfactorio ante pequeñas o grandes perturbaciones, respondiendo rápidamente y sin presentar oscilaciones.

### Conclusiones

Se obtuvo un modelo equivalente de un convertidor trifásico, el cual permite obtener su función de transferencia, la cual describe el comportamiento dinámico del convertidor.

La función de transferencia obtenida, a pesar de su complejidad matemática, resulta en una expresión numérica sencilla. En el ejemplo propuesto esta función solamente tiene dos polos y un cero, lo cual permite utilizar circuitos controladores clásicos.

Las respuestas en frecuencia obtenidas a partir de la simulación del circuito del convertidor y del modelo representado por la función de transferencia, son similares, comprobando la validez del modelo obtenido.

El desempeño del convertidor, asociado al controlador diseñado, mostró un desempeño satisfactorio frente a las variaciones de la carga, presentándose estable y con una velocidad de respuesta relativamente rápida. Esto fue verificado por simulación, utilizando la función de transferencia obtenida con el modelo del convertidor y la función de transferencia del controlador.

### Referencias Bibliográficas

1. José G. Contreras and Ivo Barbi: "A Three-Phase High Power Factor PWM-ZVS Power Supply With A Single Power Stage" PESC'94, pp 356-362.
2. José G. Contreras and Ivo Barbi: "Commutation Analysis of the IPE Converter" CO-BEP'95 pp. 547-552.
3. J.A. Sabaté, V. Vlatkovic, R.B. Ridley, F.C. Lee and B. Cho: "Design Considerations for High-Voltage High-Power Full-Bridge Zero-Voltage-Switched PWM Converter" IEEE APEC'90 Proc., 1990 pp 275-284.
4. Vlatko Vlatkovic, J.A. Sabaté, R.B. Ridley, F. C. Lee and B.H. Cho: "Small-Signal Analysis of the Phase-Shifted PWM converter" IEEE Transactions on power Electronics. vol 7 No 1 January 1992 pp 128-135.
5. Guan-Chyun Hsich, Jung-Chien Li, Ming-Huci Liaw, Jia-Perng Wang and Tsai-Fu Hung.: "A Study on Full-Bridge Zero-Voltage-Switched PWM Converter: Design and Experimentation" IEEE Transactions on Power Electronics, vol 7 1990.
6. Vorperian, V. and Ridley, R.: "Seventh Annual Virginia Power Electronics Center Seminar" VPEC Seminar-Tutorials-Virginia/USA, 1989.

Recibido el 16 de Noviembre de 1998

En forma revisada el 13 de abril de 2000