

# An alternative approach for the model based control of a nonlinear dynamic system

Alexander J. Verde S.<sup>1</sup>, José I. Canelón S.<sup>2</sup> y Néstor V. Queipo<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Escuela de Ingeniería Mecánica, E-mail: alexverde@cantv.net

<sup>2</sup> Escuela de Ingeniería Eléctrica, E-mail: jcanelon@luz.ve

<sup>3</sup> Instituto de Cálculo Aplicado, E-mail: nqueipo@luz.ve

Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia, Apartado 526. Maracaibo, Venezuela

## Abstract

This paper presents an alternative approach for the model-based control of the "ball and beam", a multivariable nonlinear dynamic system, which is a benchmark for testing new control algorithms. The proposed strategy uses two neural networks and a polynomial interpolating scheme to construct the desired value trajectory. The performance of this strategy significantly outperforms the corresponding to the classic linear quadratic regulator. Both strategies were implemented on computer simulations of the system, and their performance was evaluated using the following criteria: rise time, settling time, overshoot percentage, integral of the error's absolute value, robustness and design easiness. The control strategies were tested under step and sinusoidal changes of the reference value.

**Key words:** Neural networks, LQR, model based control, nonlinear dynamic systems.

## Un enfoque alternativo para el control basado en modelo de un sistema dinámico no lineal

### Resumen

En este trabajo se presenta un enfoque alternativo para el control basado en modelo del "ball and beam", sistema dinámico multivariable no lineal, que constituye un benchmark para la evaluación de nuevos esquemas de control. El enfoque propuesto utiliza dos redes neurales y un esquema de interpolación para construir la trayectoria del valor deseado. El desempeño de este esquema es significativamente superior al correspondiente a un controlador del tipo regulador cuadrático lineal. Ambos esquemas fueron implementados sobre simulaciones computacionales y los criterios utilizados para medir el desempeño de los controladores incluyen: tiempo de subida, tiempo de estabilización, porcentaje de sobrepico, integral del error, regulación ante perturbaciones, robustez ante cambios en los parámetros del sistema y facilidad en el diseño. Las pruebas realizadas incluyen cambios escalón y sinusoidales del valor deseado.

**Palabras clave:** Redes neurales, LQR, control basado en modelo, sistemas dinámicos no lineales.

### Introducción

En la actualidad las labores de control exigen mayor rapidez y precisión, por lo que es deseable que los algoritmos de control lleven al proceso por una trayectoria óptima, según algún criterio, hasta alcanzar el valor deseado. Utilizando controladores convencionales como el PID, no es posible garantizar que el sistema siga una trayec-

toria establecida, hasta alcanzar dicho valor deseado. En los últimos años, se ha reportado una gran cantidad de aplicaciones de técnicas de control basadas en modelo en las que, bajo ciertas condiciones, es posible establecer una trayectoria a través de la cual el controlador lleve al proceso hasta el estado deseado de operación. En este trabajo se presenta un enfoque alternativo para el control basado en modelo de un sistema diná-

mico multivariable no lineal. Este esquema utiliza dos redes neurales y un esquema de interpolación polinómica para construir la trayectoria del valor deseado. Posteriormente se compara el desempeño del controlador propuesto con el de un controlador clásico basado en modelo: el regulador cuadrático lineal.

El sistema dinámico utilizado es el "Ball and Beam" (también denominado "Ball Balancer"), que constituye un caso clásico de control no lineal que se utiliza frecuentemente como un benchmark para probar nuevos esquemas de control. El balanceo característico de este sistema emula problemas de control en el campo de la robótica, como por ejemplo, la acción de caminar de un robot [1].

En Ogata [2] se explican en detalle los sistemas de control óptimo, entre ellos el regulador cuadrático lineal, y se desarrollan algunos problemas de estudio clásicos, de control de sistemas multivariables no lineales.

Por otra parte, existen varios trabajos en los que se propone el uso de las redes neurales para resolver diversos problemas de control. Khalid y Omatu [3] entrenan una red neural para controlar la temperatura de un baño térmico. La red neural es entrenada de forma tal que aprenda la dinámica inversa del proceso y los patrones de entrenamiento se generan excitando al sistema con una rampa lineal. El controlador presentó resultados satisfactorios sobre un experimento real.

Nahas *et al.* [4] proponen el uso de redes neurales para obtener modelos tanto directos como inversos de procesos, con el fin de implementar un esquema de control de modelo interno en dos problemas altamente no lineales: control de la concentración y control neutralización de PH en un tanque reactor continuamente agitado. Se proponen dos posibles enfoques para calcular la inversa del proceso: inversa entrenada e inversa calculada en línea. En ambos casos se trabajó sobre modelos matemáticos de los procesos de interés.

Canelón y Queipo [5] realizan el control automático de la posición angular de un motor de corriente directa, utilizando redes neurales. En este trabajo se implementa un lazo de control Dead-Beat, utilizando los dos enfoques descritos

en Nahas *et al.* [4] para obtener la inversa del proceso. Se realizaron pruebas tanto en simulaciones computacionales como sobre el experimento real.

La implementación de los esquemas de control de Modelo Interno y Dead-Beat sobre el caso de estudio no resultó exitosa ya que el sistema, debido a su dinámica, no es capaz de seguir trayectorias de primer orden. Por esta razón, se utilizó la interpolación polinómica para trazar, en cada instante de muestreo, la trayectoria que el sistema debe seguir para alcanzar el valor deseado. Los resultados obtenidos en las pruebas efectuadas muestran que el controlador es eficiente, conduciendo al sistema al valor deseado rápidamente, sin sobrepico y con un mínimo de error en estado estacionario.

### Definición del Problema

El sistema dinámico no lineal "Ball and Beam" se muestra en la Figura 1. Está compuesto principalmente por 3 elementos: un motor de corriente directa, una viga y una esfera. La viga está acoplada al eje del motor y sirve de canal para el movimiento de la esfera. El ángulo de la viga es controlado por el movimiento rotativo del motor, utilizando un computador. El problema de control consiste en llevar y mantener la esfera en una posición deseada, variando el ángulo de la viga. La dinámica del sistema puede aproximarse por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales [6]:

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_m + J_l} \cdot \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho \cdot r^3 \cdot g \cdot x \cdot \cos(\theta) - \left( \frac{K_b \cdot K_t}{R_t} + B_t \right) \cdot \dot{\theta} + \frac{K_t}{R_t} \cdot u \right] \quad (1)$$

$$\ddot{x} = \mu \cdot g \cdot \sin(\theta) \quad (2)$$

donde las variables del sistema son:  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ : posición y velocidad angular de la viga, respectivamente;  $x$ ,  $\dot{x}$ : posición y velocidad lineal de la esfera, respectivamente; y la entrada es:  $u$ : voltaje del motor.

Mantener la posición final de la esfera implica que tanto su velocidad, como el ángulo y velocidad angular de la viga sean cero. Si se considera que el ángulo de la viga varía muy poco alre-

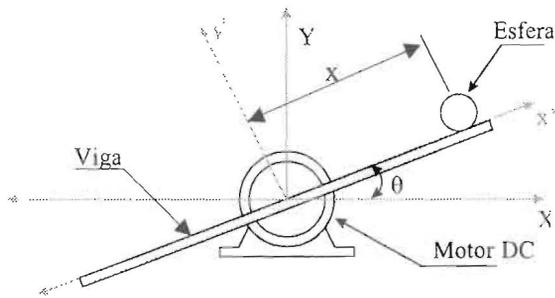


Figura 1. Sistema dinámico no lineal multivariable "Ball and Beam".

dedor de cero grados, puede suponerse que  $\theta$  es una magnitud pequeña, y por tanto  $\cos \theta \approx 1$  y  $\sin \theta \approx \theta$ .

En consecuencia, las ecuaciones (1) y (2) pueden linealizarse como sigue

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_m + J_l} \cdot \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho \cdot r^3 \cdot g \cdot x - \left( \frac{K_b \cdot K_t}{R_i} + B_l \right) \cdot \dot{\theta} + \frac{K_t}{R_i} \cdot u \right] \quad (3)$$

$$\ddot{x} = \mu \cdot g \cdot \theta \quad (4)$$

En la Tabla 1 se describen los parámetros involucrados en las ecuaciones (3) y (4), y los valores específicos de dichos parámetros para el sistema experimental que se está simulando.

El modelo en espacio estado del sistema dinámico puede obtenerse si se definen las siguientes variables de estado:

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta \\ x_2 &= \dot{\theta} \\ x_3 &= x \\ x_4 &= \dot{x} \end{aligned} \quad (5)$$

Sustituyendo los parámetros dinámicos de la Tabla 1 se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.81895 & 4.59458 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 7.0071 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.26778 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (6)$$

El modelo lineal de la ecuación (6) representa un sistema inestable porque tiene un polo con parte real positiva.

Por condiciones de diseño del motor, el voltaje del inducido debe estar dentro del intervalo [-10, 10] V. Este rango admisible de la señal de control, junto con los valores específicos de los parámetros dinámicos, traen como consecuencia que la posición de la esfera varíe en un intervalo comprendido entre [-0.5, 0.5] m.

### Metodología de Solución

Para resolver las ecuaciones diferenciales en la simulación computacional del sistema dinámico, se utilizó el método de Euler, obteniéndose el mejor desempeño de los controladores para un tiempo de muestreo  $T = 0.01$  seg.

Los criterios utilizados para evaluar el desempeño de los controladores y establecer la

Tabla 1  
Parámetros dinámicos del modelo matemático

Símbolo	Parámetro	Valor	Símbolo	Parámetro	Valor
$J_m$	Momento de Inercia del motor	0 Kgm <sup>2</sup>	$R_i$	Resistencia del inducido	7.5 Ohmio
$J_l$	Momento de Inercia de la carga	0.119 Kgm <sup>2</sup>	$\mu$	Coefficiente de fricción entre la esfera y la viga	5/7 Adimens.
$B_l$	Coefficiente de fricción de la carga	$89.84 \cdot 10^{-3}$ Vaseg <sup>2</sup>	$g$	Gravedad	9.8 m/seg <sup>2</sup>
$K_t$	Constante par del motor	0.239 Vseg	$r$	Radio de la esfera	$1.2 \cdot 10^{-2}$ m
$K_b$	Constante de fuerza contraelectromotriz	0.2329 Vseg	$\rho$	Densidad de la esfera	$7.7 \cdot 10^3$ Kg/m <sup>3</sup>

comparación entre los mismos, son los siguientes:

- i) Parámetros de respuesta transitoria: Tiempo de subida ( $t_r$ ), Tiempo de estabilización ( $t_s$ ), Porcentaje de sobrepico (P.O.).
- ii) Criterio de la integral del valor absoluto del error.
- iii) Robustez ante cambios en los parámetros del sistema.
- iv) Regulación ante perturbaciones.
- v) Facilidad en el diseño.

A continuación se describen brevemente las estrategias de control implementadas.

### Regulador Cuadrático Lineal (LQR)

Dado un sistema dinámico

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

el diseño de un sistema regulador cuadrático lineal consiste en determinar la matriz de retroalimentación  $K$  en una ley de control lineal de la forma:

$$u = -Kx \quad (8)$$

donde  $x$  es el vector de estado y  $u$  es la señal de control, de manera tal que se minimice un índice de desempeño cuadrático de la forma:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (9)$$

donde las matrices simétricas  $Q$  y  $R$  representan la ponderación del error y del gasto de la señal de control, respectivamente.

Para diseñar el regulador cuadrático lineal para el "ball and beam", se utilizó el modelo linealizado de la ecuación (6).

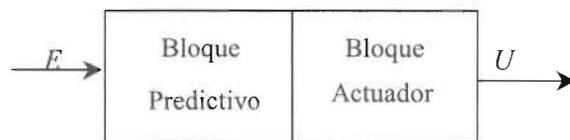


Figura 2. Arquitectura del controlador.

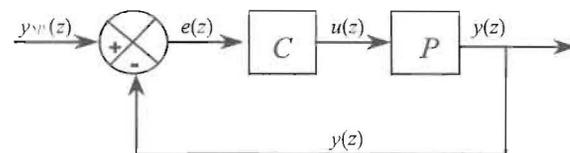


Figura 3. Esquema de control propuesto.

Puede demostrarse que el valor mínimo del índice de desempeño dado por la ecuación (9) ocurre para

$$K = R^{-1} B^T P \quad (10)$$

donde la matriz  $P$  en la ecuación (10) debe satisfacer la ecuación de la matriz reducida de Ricatti:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (11)$$

En este trabajo, la selección de  $Q$  y  $R$  se hizo por ensayo y error, pero en todos los casos se le asignó mayor importancia al error en la posición de la esfera (variable  $x_3$ ), por ser ésta la variable controlada. El mejor desempeño del controlador se obtuvo para las siguientes matrices  $Q$  y  $R$ :

$$Q = \begin{bmatrix} 510000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 82000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 762000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 288000 \end{bmatrix}$$

$$R = [1]$$

siendo la matriz de retroalimentación en este caso:

$$K = [2100 \ 310 \ 890 \ 900]$$

### Esquema de control propuesto

El esquema propuesto utiliza redes neurales como técnica de identificación de la dinámica del proceso. Conserva la filosofía de los controladores basados en modelo, ya que trata de llevar al sistema al valor deseado, a través de una trayectoria establecida.

El controlador propuesto consta de 2 bloques principales: Predictivo y Actuador, tal como se aprecia en la Figura 2.

El lazo de control se muestra en la Figura 3. En este lazo,  $C$  representa el controlador,  $P$  el sistema,  $e(z)$  la señal de error,  $u(z)$  la señal de control,  $y(z)$  la salida y  $y_{sp}(z)$  el valor deseado.

### Bloque Predictivo

Se encarga de construir una trayectoria que la salida del sistema debe seguir, para alcanzar el valor deseado. Dicha trayectoria se genera utilizando un polinomio de orden superior como fun-

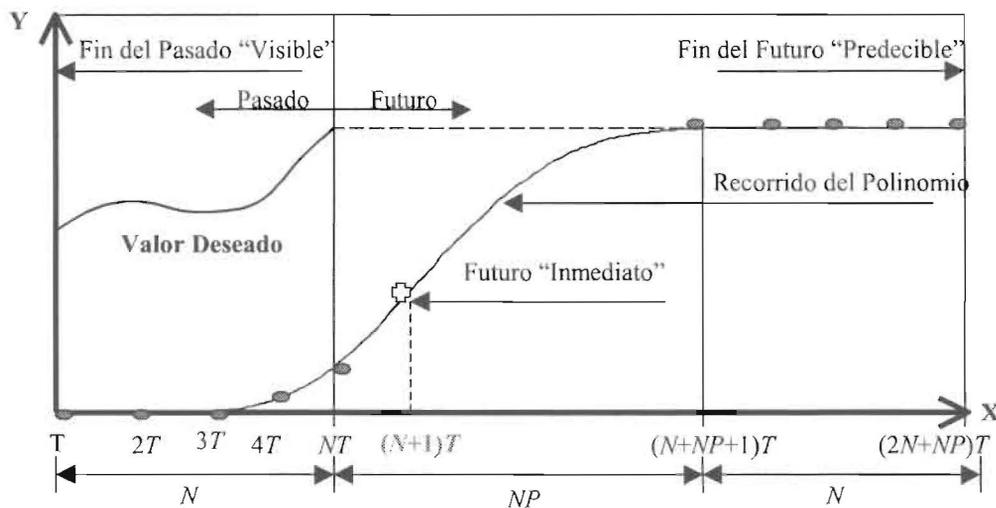


Figura 4. Filosofía de operación del bloque predictivo del controlador.

ción interpolante y se corrige en cada instante de muestreo. La filosofía del proceso de interpolación se ilustra en la Figura 4.

Dado un conjunto de puntos, existen diferentes métodos para obtener un polinomio que se ajuste a todos ellos. En este caso, la información necesaria para generar el polinomio es una data de entrada/salida  $(X, Y)$ , donde  $X$  es un vector de instantes de tiempo de la forma  $X = [X_1, \dots, X_N, X_{N+NP+1}, \dots, X_{2N+NP}]$ , y  $Y$  son los valores de la variable controlada en los instantes de tiempo correspondientes.

La data de salida  $Y$  está formada por un primer vector que contiene  $N$  estados anteriores de la variable controlada del sistema, denominado Pasado Visible, y un segundo vector que reproduce  $N$  veces el valor deseado. De forma similar, la data de entrada  $X$  también está formada por 2 vectores. El primero de ellos, almacena los instantes de tiempo correspondientes a los  $N$  estados anteriores considerados. Para formar el segundo vector, se requiere estimar el número de estados futuros predecibles  $NP$ , que requiere el sistema para llegar por primera vez al valor deseado, a partir del estado actual.

El primer elemento de este segundo vector, será en el instante de tiempo  $(N+NP+1)T$ . Los  $N-1$  valores siguientes de este vector, se obtendrán sumando a cada instante el tiempo de muestreo  $T$ .

El espaciamiento de  $NP$  instantes de muestreo entre el primer y el segundo vector de  $X$ , permite obtener una trayectoria con una pendiente

que el sistema sea capaz de seguir. Como criterio para la estimación de  $NP$  en cada instante de muestreo, se estableció que dicho valor debe variar entre un valor máximo  $NP_{m\acute{a}x}$  y un valor mínimo  $NP_{m\acute{i}n}$ , directamente proporcional al error.

Una vez generados los vectores, se calcularán los coeficientes del polinomio cuyo recorrido contenga los puntos de la data. Finalmente, el valor deseado inmediato de la variable controlada se obtiene al evaluar dicho polinomio en el instante de muestreo siguiente al actual, es decir, en el instante  $(N+1)T$ .

Los coeficientes del polinomio son recalculados en cada instante de muestreo para renovar la trayectoria de la variable controlada. De esta manera, el controlador se acopla mejor a los cambios en el valor deseado y puede corregir las discrepancias entre el modelo inverso entrenado del bloque actuador y la inversa de la función de transferencia del proceso.

El diseño de este bloque del controlador involucra básicamente obtener los límites del intervalo de predicción  $NP_{m\acute{a}x}$  y  $NP_{m\acute{i}n}$ . Estas constantes definen la forma de la trayectoria para alcanzar el valor deseado y pueden ajustarse sometiendo al sistema a cambios escalón, eligiendo aquellas que generen el tipo de trayectoria más adecuada. El proceso de entonación del controlador se hizo empíricamente, obteniéndose buenos resultados para varias combinaciones de valores de  $N$ ,  $NP_{m\acute{a}x}$  y  $NP_{m\acute{i}n}$ . Los mejores resultados se lograron para un  $N$  de 20 estados pasados y unos

valores de  $NP_{m\acute{a}x}$  y  $NP_{m\acute{i}n}$  de 190 y 70, respectivamente. Para la construcción de la trayectoria se asumió un polinomio de  $10^{mo}$  grado, ya que este valor nos garantiza obtener una función suficientemente precisa que contenga a la data entrada/salida utilizada.

### Bloque Actuador

Este bloque calcula la señal de control requerida para llevar al sistema, desde un estado actual, hasta el estado futuro deseado, calculado por el bloque predictivo.

El bloque actuador consta de dos redes neurales. La primera red calcula el valor futuro del ángulo de la viga, a partir de la aceleración futura de la esfera, que se determina utilizando tres valores de la posición de la esfera: el valor futuro, el actual y el anterior. Esta red fue entrenada para modelar la relación existente entre la posición angular de la viga y la aceleración de la esfera.

La segunda red neural se entrena para reproducir la dinámica inversa del sistema, y se encarga de calcular el valor de la señal de control necesario para que el sistema pase del estado actual, hasta el estado deseado, proporcionado por la red neural anterior. Por lo tanto, la data de entrada salida del proceso para entrenamiento y validación de esta red involucró información futura de todas las variables de estado. Esta data permitió obtener un mejor desempeño de la red, en comparación al intento no exitoso de implementar el controlador de modelo interno.

La data de entrada-salida fue generada colocando al sistema dentro de un lazo cerrado de control, con un controlador de retroalimentación de estado, es decir, con una ley de control  $u = -Kx$ , asumiendo un tiempo de muestreo de 0.01 seg. Luego se generaron aleatoriamente 10 valores deseados en el intervalo de  $[-0.5, 0.5]$  m, cada uno con una duración de tiempo igualmente aleatoria. En algunos periodos de control se permitió que la variable de interés alcanzara la señal de referencia, de manera que la red aprendiera a mantener la esfera en una posición deseada. Un grupo de la data se utilizó para entrenamiento (2200 vectores), y otro grupo para validación (1400 vectores). Se utilizó la misma data para entrenar las dos redes que conforman el bloque actuador, y los patrones de entrenamiento se generaron de acuerdo a las estructuras asumidas para cada red, que se muestran en la Tabla 2. Adicionalmente, en dicha tabla se presenta información del entrenamiento de ambas redes neurales.

### Análisis y Discusión de los Resultados

Para evaluar el desempeño de los dos esquemas de control y posteriormente establecer la comparación, se realizó el siguiente conjunto de pruebas:

- i) Cambios escalón sucesivos en el valor deseado:
  - (1) 0 a 0.25, 0.25 a 0, 0 a -0.25, -0.25 a 0 m.

Tabla 2  
Información de entrenamiento de las redes neurales

	Segunda red (Modelo inverso)	Primera red
Estructura asumida del modelo	$u(k) = F[x_2(k), x_3(k), x_1(k+1), x_2(k+1), x_3(k+1)]$	$X_1(k+1) = F[x_1(k+1)]$
Data de entrenamiento	2200 puntos	2220 puntos
Error de entrenamiento	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-7}$
Data de validación	1400 puntos	1400 puntos
Error de validación	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-6}$
Método de entrenamiento	Levenberg-Marquardt	Levenberg-Marquardt
Nº de iteraciones	300	300
Nº de neuronas ocultas	9	3
Función de activación	Tangente hiperbólica	Tangente hiperbólica

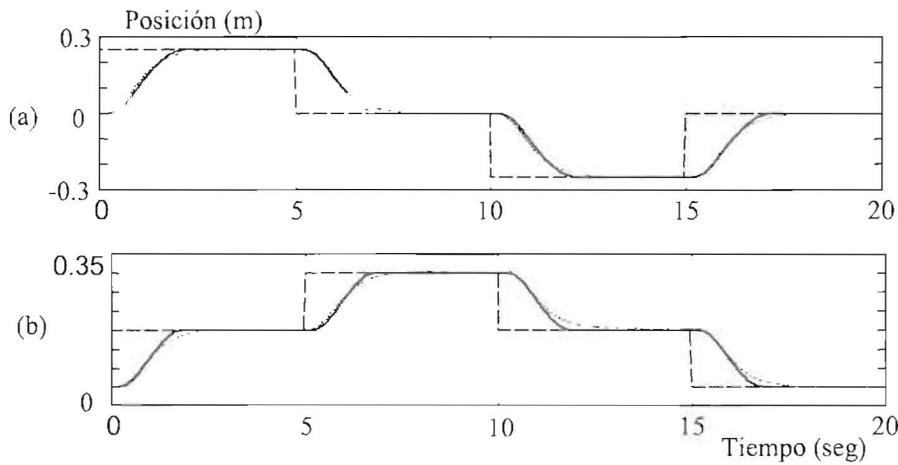


Figura 5. Cambios escalón progresivos bajo la influencia de los controladores.

Tabla 3  
Valores de la integral del valor absoluto del error para los cambios escalón

Cambio Escalón	Controlador Propuesto	Regulador Cuadrático Lineal
0 a 0.25 a 0 a -0.25 a 0	0.1088	0.0970
0 a 0.15 a 0.3 a 0.15 a 0	0.0319	0.0323

- (2) 0 a 0.5, 0.5 a 0, 0 a -0.5, -0.5 a 0 m.
- (3) 0 a 0.15, 0.15 a 0.3, 0.3 a 0.15, 0.15 a 0 m.
- (4) 0 a -0.15, -0.15 a -0.3, -0.3 a -0.15, -0.15 a 0 m.

ii) Cambios sinusoidales en el valor deseado:

- (1)  $VD(k) = 0.25 \cdot \text{sen}(2\pi f k)$  con  $f = \frac{1}{8\pi}$
- (2)  $VD(k) = 0.25 \cdot \text{sen}(2\pi f k)$  con  $f = \frac{1}{4\pi}$
- (3)  $VD(k) = 0.25 \cdot \text{sen}(2\pi f k)$  con  $f = \frac{1}{2\pi}$

En este conjunto de pruebas se analiza el desempeño únicamente bajo el criterio de la integral del valor absoluto del error.

iii) Desempeño de los controladores ante perturbaciones en la señal de control y en los valores deseados simultáneamente. En esta prueba se hicieron los siguientes cambios escalón:

- (1) 0 a 0.25 m.
- (2) 0 a -0.25 m

iv) Comparación de los controladores desde el punto de vista de la robustez y de sus procedimientos de diseño.

Las Figuras 5(a) y (b) muestran los resultados obtenidos para dos cambios escalón sucesivos de distintas magnitudes, correspondientes al primer conjunto de pruebas. El comportamiento en los casos restantes es similar. La línea continua representa el controlador propuesto, la línea punteada el LQR y la línea a trazos el valor deseado. En estas pruebas el controlador propuesto presenta un mejor desempeño frente al LQR. En la Tabla 3 se incluyen, para este conjunto de pruebas, los valores de la integral del valor absoluto del error y en la Tabla 4 los valores de las otras medidas de desempeño. Los valores del tiempo de llegada y estabilización para el controlador propuesto son, en promedio, 82% de los correspondientes al LQR.

Este último presenta un sobrepico promedio de un 1.1% y también muestra en la mayoría de los cambios efectuados errores en estado estacionario entre -1.5% y 1.5% del escalón, a diferencia del propuesto que presenta un sobrepico promedio de un 0.29%, sin error en estado estacionario. El único criterio en que el LQR presenta un mejor comportamiento es la integral del valor absoluto del error para los cambios escalón 0 a 0.25 a 0 a -0.25 a 0, cuyo valor es de un 96% del correspondiente al controlador propuesto.

Tabla 4  
Medidas de desempeño para cambios escalón

Tipo de control	Cambio escalón (m)	$t_r$ (seg)	$t_s$ (seg)	P.O. (%)	VF (m)
Controlador Propuesto	0 a 0.25	1.87	1.87	0.2227	0.25
	0.25 a 0	1.86	1.86	0.2375	0
	0 a -0.25	1.87	1.87	0.2242	-0.25
	-0.25 a 0	1.86	1.86	0.2360	0
Regulador Cuadrático Lineal	0 a 0.25	2.09	2.09	1.6866	0.2542
	0.25 a 0	2.29	2.29	0	0.0001
	0 a -0.25	2.09	2.09	1.6866	-0.2542
	-0.25 a 0	2.29	2.29	0	-0.0001
Controlador Propuesto	0 a 0.15	1.61	1.61	0.3520	0.1500
	0.15 a 0.3	1.61	1.61	0.3410	0.3000
	0.3 a 0.15	1.63	1.63	0.3776	0.1500
	0.15 a 0	1.61	1.61	0.3660	0.0000
Regulador Cuadrático Lineal	0 a 0.15	2.06	2.06	1.6892	0.1525
	0.15 a 0.3	1.94	1.94	3.4852	0.3051
	0.3 a 0.15	2.48	2.48	0	0.1527
	0.15 a 0	2.23	2.23	0	0.0001

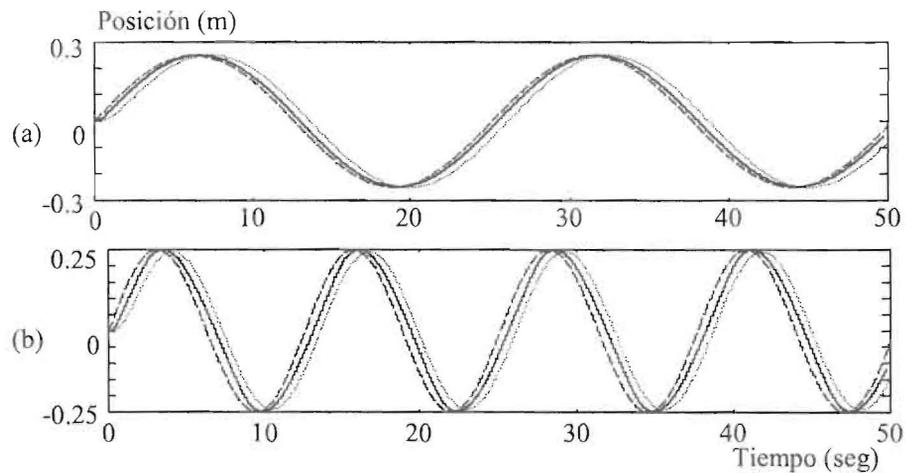


Figura 6. Cambios sinusoidales bajo la influencia de los controladores.

Las Figuras 6(a) y (b) presentan los cambios sinusoidales correspondientes a las pruebas (1) y (2) del segundo conjunto de pruebas. Las curvas se identifican de la misma forma que en la prueba anterior. En estas pruebas, el controlador propuesto muestra un mejor desempeño ya que presenta, en promedio, una integral del error absoluto de un 20% del valor correspondiente al LQR. La Tabla 5 contiene los valores de la integral del

valor absoluto del error para estas señales. Puede observarse que a mayor frecuencia se degrada la respuesta, ya que, debido a la inercia del sistema, a los controladores les resulta más difícil llevarlo a seguir la entrada deseada.

La Figura 7 presenta el resultado para un cambio escalón de 0 a 0.25 m bajo perturbaciones de distribución normal, correspondientes a la prueba (1) del tercer conjunto de pruebas. En

Tabla 5  
Valores de error para los cambios sinusoidales

Cambio Sinusoidal	Controlador Propuesto	Regulador Cuadrático Lineal
$f = 1/8\pi$	0.3483	2.4599
$f = 1/4\pi$	2.2974	9.1274

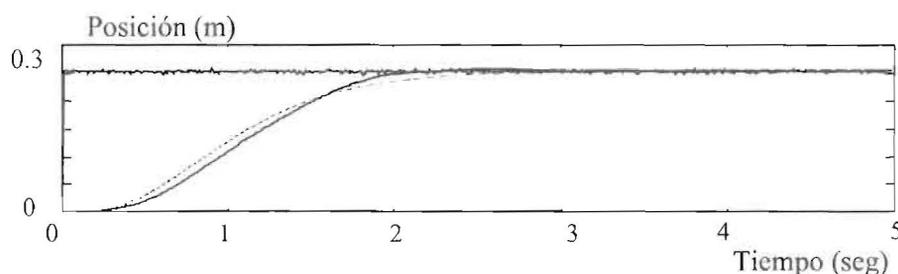


Figura 7. Cambio escalón bajo perturbaciones.

este caso, la curva ruidosa es el valor deseado. En estas pruebas ambos controladores tienen un buen comportamiento. Sin embargo, el controlador propuesto tiende a seguir la señal deseada con menor error que el LQR, ya que se dirige a través de la trayectoria generada por la lógica de control, que no se ve afectada significativamente por esta perturbación.

Para probar la robustez de los controladores, se variaron los parámetros del proceso de la siguiente manera: aumento del 3% en las constantes eléctricas  $K_t$  y  $R_a$  y una disminución similar de las constantes mecánicas  $B_1$ ,  $J_1$ ,  $r$ ,  $\rho$  y  $\mu$ . Los resultados frente a estas pruebas fueron satisfactorios para ambos controladores.

En cuanto al diseño de los controladores, el LQR es posible implementarlo con poco esfuerzo de programación si se conoce el modelo matemático del proceso de interés. Este controlador tiene una ley de control establecida, pero la selección de las matrices  $Q$  y  $R$ , cuya influencia sobre la optimización es importante, se hace por ensayo y error.

Por otra parte, el controlador propuesto, al igual que los demás esquemas basados en redes neurales, no depende del modelo matemático del proceso y puede implementarse con un esfuerzo de programación moderado.

## Conclusiones

En este trabajo se propone un esquema alternativo de control basado en modelo, para el

control de un sistema dinámico multivariable no lineal. El esquema utiliza dos redes neurales y un método de interpolación polinomial para trazar la trayectoria que debe seguir el valor deseado. Se comparó el desempeño del controlador propuesto con el de un regulador cuadrático lineal, sobre un sistema dinámico no-lineal multivariable. Las pruebas realizadas incluyen cambios escalón progresivos y cambios sinusoidales del valor deseado.

Ante los cambios de escalón progresivos del valor deseado se obtuvo un mejor desempeño del controlador propuesto. En general el controlador propuesto es el que llega y estabiliza más rápido y no presenta error en estado estacionario. Tiene en promedio un sobrepico de 0.29% con relación al del LQR. El LQR presenta un valor de la integral del valor absoluto del error de 96% con respecto a la del controlador propuesto, pero presenta error estacionario al final del escalón de  $\pm 1.5\%$ .

Ante cambios sinusoidales del valor deseado, el controlador propuesto muestra un mejor desempeño, ya que presenta, en promedio, una integral del valor absoluto del error de 81% del valor correspondiente al LQR.

Ante cambios en los parámetros dinámicos del proceso ambos controladores presentaron un comportamiento satisfactorio. Por otra parte, ante perturbaciones, ambos controladores tienen un comportamiento satisfactorio, aunque el controlador propuesto arroja un menor error en

estado estacionario. El mejor comportamiento del controlador propuesto se debe a que captura la dinámica no lineal del proceso, mientras que el LQR trabaja sobre una aproximación lineal de dicho proceso.

En lo referente al diseño de los controladores, el LQR es posible implementarlo si se conoce el modelo matemático del proceso de interés, pero la selección de las matrices  $Q$  y  $R$  para el proceso de optimización, se hace por ensayo y error. El controlador propuesto no depende del modelo matemático del proceso y pueden implementarse con un esfuerzo de programación moderado.

### Agradecimiento

Los autores quieren agradecer la colaboración prestada por el Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico (CONDES) y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICIT), para la realización de este trabajo.

### Referencias Bibliográficas

1. Gullapalli, V., Franklin, J., Benbrahim, H. "Acquiring Robot Skills via Reinforcement Learning". IEEE Control Systems. February, 1994, Volume 14, Number 1. pp 13-24.
2. Ogata K. "Ingeniería de Control Moderna" Editorial Prentice Hall Hispanoamericana S.A. Segunda edición, 1993 1020 pp.
3. Khalid, M. y Omatu, S. "A neural network controller for a temperature control system", IEEE Control Systems Magazine. June 1992. pp 58-64.
4. Nahas, E. P., Henson, M A., Seborg, D. E.. "Nonlinear Internal model control strategy for neural network models". Computer and chemical engineering magazine Vol 16, No 12, 1992. pp 1039-1057.
5. Canelón, J, Queipo, N. "Control de la posición angular de un motor de corriente directa utilizando PID, lógica difusa y redes neurales". Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia. Vol. 20, No. 2. Febrero, 1997 pp. 141-154.
6. Verde, Alexander. "Estudio comparativo de redes neurales vs. Regulador cuadrático lineal para el control de sistemas dinámicos no lineales". Trabajo Especial de Grado. Escuela de Ingeniería Mecánica. Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia, Abril 1999, 125 pp.

Recibido el 8 de Noviembre de 1999  
En forma revisada el 8 de Mayo de 2000