

## Numerical model to calculate bed changes in multiple connected river channels

*Nemer Nemer y José Luis López*

*Instituto de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, Apartado Postal 47725, C.P. 1041-A, Los Chaguaramos. Caracas, Venezuela. Tel. 605-3131, Fax. 605-3040. E-mail: jlopez@imf.ing.ucv.ve*

### Abstract

The numerical simulation of flow and sediment movement in multiple connected networks of channels is not simple due to the interaction between flow hydraulics and sediment transport that occur in the different branches. In this paper, a numerical model is proposed to estimate the bed variations in braided rivers, using the most recent and complete equations to predict the friction and sediment transport in alluvial rivers. The model is based on the numerical solution to the Saint Venant equations applied to a river composed of multiple islands. The validation of the model is made by analyzing a simplified case of flow around a single island, and by comparison with observed data in the Apure River system.

**Key words:** Mathematical model, sediment transport, braided rivers.

## Modelo numérico para determinar variaciones altimétricas del lecho en ríos de múltiples canales

### Resumen

La simulación matemática del movimiento del agua y sedimentos en ríos formados por múltiples canales no es sencilla debido a la interrelación entre la hidráulica del flujo y el arrastre de sedimentos que ocurre en los diferentes ramales del sistema fluvial. En este trabajo se propone un modelo matemático para estimar las variaciones del lecho en ríos trenzados, a partir del uso de las ecuaciones más recientes y confiables para cuantificar la fricción y el transporte de sedimentos en cauces aluviales. El modelo se fundamenta en una solución numérica por diferencias finitas a las ecuaciones básicas de Saint Venant, escritas para la fase líquida y sólida de un río que se bifurca alrededor de múltiples islas. La validación del modelo se hace mediante el análisis de un caso simplificado de flujo alrededor de una isla, y con la aplicación al delta interior del Río Apure antes de su confluencia con el Río Orinoco.

**Palabras clave:** Modelo matemático, transporte de sedimentos, ríos trenzados.

### Introducción

Los ríos trenzados se caracterizan por la presencia de gran cantidad de canales interconectados e islas aluviales cuyo origen se debe fundamentalmente al exceso de aporte de sedimentos por parte de algún tributario o de las riberas. El movimiento del agua y de los sedimentos en este tipo de ríos es un fenómeno complejo y en su descripción deben tomarse en cuenta diversos

aspectos, tales como la repartición del caudal líquido y sólido en los diferentes canales, la adecuada elección de las leyes de fricción y ecuaciones de transporte sólido a emplearse y la interdependencia entre la fricción y el transporte sólido

Una gran cantidad de modelos matemáticos han sido propuestos para simular el flujo y el transporte de sedimentos en ríos aluviales. El enfoque tradicional consiste en considerar el río

como un único cauce unidimensional, sin tomar en cuenta la subdivisión del flujo alrededor de islas, y calcular los cambios altimétricos en el fondo del cauce. Entre los enfoques indicados se mencionan los trabajos de Chen y Simons [1], Bennett y Nordin [2], Thomas y Prasuhn [3], Ponce *et al.* [4], Karim y Kennedy [5], Lyn [6], Bhallamudi and Chaudhry [7], y Cui *et al.* [8]. La repartición del flujo, y en consecuencia del arrastre de sedimentos, en un sistema fluvial formado por múltiples canales, no puede ser simulado con los modelos clásicos unidimensionales, ya que estos no toman en cuenta la interacción que existe entre la fricción, la geometría y el arrastre sólido en los diferentes ramales del sistema. Sin embargo, a pesar de ser este un problema práctico de gran importancia en los sistemas fluviales trenzados y deltaicos, pocos modelos se encuentran en la literatura para considerar la presencia en el cauce fluvial de múltiples islas, confluencias y difluencias, que dividen al flujo formando redes interconectadas de canales. Simons y Chen [9] reportan la aplicación de un modelo unidimensional, con previsiones para simular confluencias y difluencias en el Río Chipewa, afluente del Río Mississippi. Holly *et al.* [10] desarrollaron un modelo basado en el uso de nodos y tramos, similar a los esquemas tradicionales usados en el tratamiento de sistemas de distribución de agua a presión. Los nodos simulan las confluencias y difluencias bajo la premisa de que se desprecian los efectos dinámicos y se aplica solamente la ecuación de conservación de la masa. López y Gil [11] propusieron un modelo para estimar cambios en el lecho de un sistema fluvial formado por múltiples canales interconectados, el cual utiliza coeficientes de fricción constantes y una ecuación empírica para evaluar el transporte sólido en función de la velocidad del flujo.

En este trabajo se presentan los resultados del desarrollo y aplicación de un modelo computarizado unidimensional para estimar las variaciones altimétricas del lecho en un sistema fluvial formado por un conjunto de ramales interconectados. El modelo se basa en una resolución por diferencias finitas a las ecuaciones que gobiernan el flujo de agua y sedimentos, e incorpora las ecuaciones más recientes y completas para cuantificar la fricción y el transporte de sedimentos en cauces aluviales.

## Ecuaciones Básicas

### Flujo de agua y sedimentos

Los ecuaciones básicas para un flujo unidimensional de estado no permanente son las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento para la fase líquida y sólida de un flujo de agua y sedimentos:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q_l \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho Q}{\partial t} + \frac{\partial \rho \beta Q V}{\partial x} + g A \frac{\partial \rho y}{\partial x} = \rho g A (S_0 - S_f) + \rho q_l V_l \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} + \gamma_s (1 - \lambda) \frac{\partial A_d}{\partial t} = q_{sl} \quad (3)$$

en donde  $Q$  = caudal en  $m^3/s$ ,  $A$  = área de flujo en  $m^2$ ,  $x$  = distancia longitudinal en  $m$ ,  $t$  = tiempo en  $s$ ,  $y$  = profundidad de flujo en  $m$ ,  $V$  = velocidad media en  $m/s$ ,  $S_0$  = pendiente longitudinal del fondo del canal,  $S_f$  = pendiente de la línea de energía,  $\rho$  = densidad de la mezcla agua-sedimento,  $\beta$  = coeficiente de distribución de velocidades,  $g$  = aceleración de gravedad en  $m/s^2$ ,  $q_l$  es el influjo lateral por metro de longitud del canal, en  $m^2/s$ ,  $V_l$  la componente de velocidad del flujo lateral en la dirección  $x$ , en  $m/s$ ,  $Q_s$  = caudal de sedimentos en  $kg/s$ ,  $\gamma_s$  = peso específico del sedimento en  $kg/m^3$ ,  $\lambda$  = porosidad del sedimento de fondo,  $A_d$  = volumen disponible de sedimentos depositados en el fondo por unidad de longitud del canal en  $m^3$ ,  $q_{sl}$  = aporte lateral de sedimentos por unidad de longitud del canal en  $kg/s/m$ . El cálculo de la pendiente de la línea de energía se obtiene a partir de la fórmula de Manning:

$$S_f = \frac{Q^2 n^2}{R^{4/3} A^2} \quad (4)$$

en donde  $n$  es el coeficiente de Manning y  $R$  es el radio hidráulico.

El análisis del flujo en las confluencias o difluencias se realiza mediante un balance de masas y un balance de energía haciendo la consideración de régimen permanente (Figura 1):

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad (5)$$

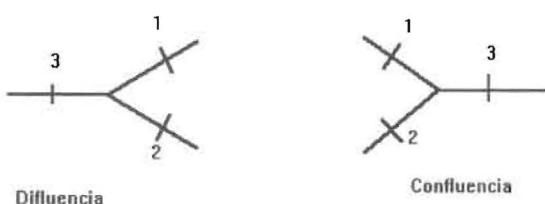


Figura 1. Esquema de cálculo en las confluencias.

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_3 + y_3 + \alpha_{1,3} \frac{V_3^2}{2g} + h_{f_{1,3}} \quad (6)$$

$$z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = z_3 + y_3 + \alpha_{2,3} \frac{V_3^2}{2g} + h_{f_{2,3}} \quad (7)$$

donde:  $\alpha$  es un coeficiente de pérdida local en las confluencias,  $h_f$  es la pérdida de energía por fricción y  $z$  es la cota de fondo del cauce.

Para la distribución del caudal sólido en la difluencia se considera que el arrastre es proporcional a la distribución del caudal líquido multiplicado por un factor de corrección  $\varepsilon$ :

$$Q_{s,3,1} = \varepsilon Q_{s,3} \frac{Q_1}{Q_3} \quad (8)$$

$$Q_{s,3,2} = Q_{s,3} \left( 1 - \varepsilon \frac{Q_1}{Q_3} \right) \quad (9)$$

Similarmente, para el sedimento entrando en las confluencias puede escribirse:

$$Q_{s,3} = Q_{s,1} + Q_{s,2} \quad (10)$$

Las ecuaciones anteriores suponen un cauce aluvial en donde las márgenes se consideran fijas y solamente se permiten las deformaciones de fondo, formado éste por un material de granulometría uniforme.

### Predictores de fricción y transporte sólido

Para determinar el caudal de sedimentos involucrado en las ecuaciones (3), (8), (9) y (10) y el coeficiente de fricción  $n$  de la ecuación (4), se

pueden utilizar algunas de las numerosas fórmulas que se encuentran en la literatura sobre el tema. En este trabajo se incorporan al modelo los predictores de fricción y transporte de sedimentos de Karim-Kennedy [12] y Van Rijn [13,14,15]. Estos métodos son considerados hoy en día los más completos, con un basamento teórico más sólido, para estimar el transporte sólido en cauces aluviales de lecho arenoso.

Según Karim y Kennedy [12] la fricción y el transporte sólido se calculan simultáneamente mediante las siguientes ecuaciones:

$$\log \left( \frac{q_t}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}} \right) = -2.2786 + 2.9719 \log(V_1) + 1.0600 \log(V_1) \log(V_6) + 0.2989 \log(V_2) \log(V_6) \quad (11)$$

$$\log \left( \frac{V}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}} \right) = 0.9045 + 0.1665 \log(V_7) + 0.0831 \log(V_4) \log(V_5) \log(V_7) + 0.2166 \log(V_4) \log(V_5) - 0.0411 \log(V_2) \log(V_3) \log(V_4) \quad (12)$$

en donde  $V_1$  a  $V_7$  son parámetros adimensionales que se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{V}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}} & V_2 &= \frac{d}{D_{50}} \\ V_3 &= S_f 10^3 & V_4 &= \frac{u_*}{w_s} \\ V_5 &= \frac{w_s D_{50}}{\nu} & V_6 &= \frac{u_* - u_{*c}}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}} \\ V_7 &= \frac{q_t}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}} \end{aligned} \quad (13)$$

donde  $q_t$  = caudal sólido total transportado por unidad de ancho en  $m^2/s$ ;  $d$  = profundidad media en m;  $s$  = peso específico relativo del sedimento;  $D_{50}$  = diámetro medio del material del lecho en m;

$S_f$  = pendiente de la línea de energía;  $u_c$  = velocidad de corte =  $(g d S_f)^{0.5}$  en m/s;  $w_s$  = velocidad de caída de las partículas de sedimento en m/s;  $\nu$  = viscosidad cinemática del agua en  $m^2/s$ ;  $u_{*c}$  = velocidad de corte crítica en m/s, de acuerdo al diagrama de Shields. Debido a que este sistema de ecuaciones es no lineal, debe resolverse en forma iterativa como se explicará luego.

El método de van Rijn [13, 14, 15] permite estimar en forma independiente el factor de fricción y el transporte sólido, el cual a la vez corresponde a la suma de la carga de fondo y la carga suspendida. Para estimar la fricción del lecho se usa el coeficiente de Chézy a partir de:

$$C = 18 \log \left( \frac{12 R_b}{k_s} \right) \quad (14)$$

en donde  $R_b$  = radio hidráulico del lecho y  $k_s$  = rugosidad equivalente efectiva, que toma en cuenta la rugosidad por granos y la rugosidad por formas de fondo.

La carga de fondo por unidad de ancho, en  $m^2/s$ , se calcula con la fórmula:

$$q_b = [(s - 1)g]^{0.5} D_{50}^{2.5} 0.053 \frac{T_s^{2.1}}{D^{0.3}} \quad (15)$$

en donde  $T_s$  y  $D$  son parámetros adimensionales de iniciación de transporte y de la partícula.

La carga suspendida se evalúa mediante la expresión:

$$q_s = F V d c_a \quad (16)$$

en donde  $F$  = factor que se introduce para aproximar la integración de los perfiles de concentración y velocidad a lo largo de la profundidad;  $c_a$  = Concentración en un nivel de referencia "a".

El objetivo que se persigue es determinar los patrones generales de erosión y sedimentación para lo cual el sistema de ecuaciones (1) a (16) debe resolverse para encontrar las cuatro incógnitas básicas del modelo, a saber: el caudal líquido ( $Q$ ), la profundidad del flujo ( $y$ ), el caudal sólido ( $Q_s$ ) y los cambios que ocurran en el fondo del cauce  $\Delta A_d$ , siendo el resto de las variables una función de las anteriores, teniendo como variables independientes el espacio ( $x$ ) y el tiempo ( $t$ ).

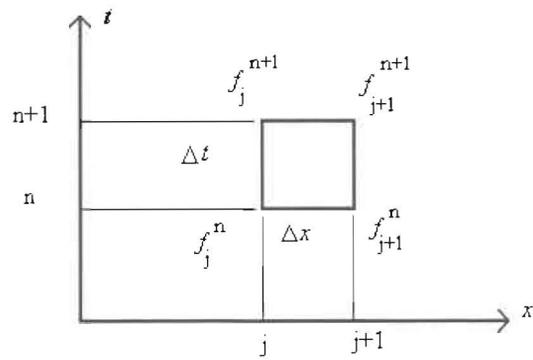


Figura 2. Esquema de diferencias finitas.

### Solución Numérica

#### Esquema de diferencias finitas para el fluido y el sedimento

El modelo de flujo utiliza un método implícito lineal de diferencias finitas hacia adelante, el cual aproxima la función  $f(x,t)$  y sus derivadas espaciales y temporales en el plano  $x - t$ , de acuerdo a las expresiones siguientes, referidas a la Figura 2.

$$f(x, t) \approx \frac{1}{2} (f_{j+1}^n + f_j^n) \quad (17)$$

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial x} \approx \frac{f_{j+1}^{n+1} - f_j^{n+1}}{\Delta x} \quad (18)$$

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^n}{\Delta t} + \frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} \right) \quad (19)$$

en donde:  $\Delta x$  = intervalo de discretización a lo largo del eje  $x$  (distancia longitudinal),  $\Delta t$  = intervalo de discretización a lo largo del eje  $t$  (tiempo).

Para determinar los cambios en el lecho se utiliza un esquema explícito de diferencias finitas hacia atrás para aproximar la ecuación (3). En cada tramo del cauce se aplica entonces la expresión:

$$\Delta A d_j = \frac{-\Delta t}{2\gamma_s(1-\lambda) \Delta x_{j,j-1}} \left\{ [(Q_s^{n+1} - Q_s^{n+1}) + (Q_s^n - Q_s^{n-1})] - (q_{s,j,j-1}^{n+1} - q_{s,j,j-1}^n) \right\} \quad (20)$$

Igualmente en la difluencia, los cambios del fondo se calculan mediante la relación (tomando en cuenta la ubicación de las secciones 1, 2 y 3 indicadas en la Figura 1):

$$\Delta Ad_1 = \frac{-\Delta t}{2\gamma_s(1-\lambda)\Delta x_{3,1}} \left[ (Q_{s1}^{n+1} - Q_{s3,1}^{n+1}) + (Q_{s1}^n - Q_{s3,1}^n) \right] \quad (21)$$

$$\Delta Ad_2 = \frac{-\Delta t}{2\gamma_s(1-\lambda)\Delta x_{3,2}} \left[ (Q_{s2}^{n+1} - Q_{s3,2}^{n+1}) + (Q_{s2}^n - Q_{s3,2}^n) \right] \quad (22)$$

Similarmente se obtiene el cambio en el fondo para las confluencias:

$$\Delta Ad_3 = \frac{-\Delta t}{2\gamma_s(1-\lambda)(\Delta x_{1,3} + \Delta x_{2,3})} \left[ Q_{s3}^{n+1} - (Q_{s1}^{n+1} + Q_{s2}^{n+1}) + Q_{s3}^n - (Q_{s1}^n + Q_{s2}^n) \right] \quad (23)$$

Finalmente, las variaciones verticales del lecho se calculan aproximadamente mediante la expresión:

$$\Delta z = \frac{\Delta A_d}{T} \quad (24)$$

donde  $T$  es el ancho de la superficie libre del flujo.

### Algoritmo de cálculo para las ecuaciones de fricción y transporte

#### a) Método de Karim y Kennedy

La solución de las ecuaciones (11), (12) y (13) no es directa, por lo que debe utilizarse un método iterativo. El procedimiento de cálculo es el siguiente:

1. Suponer una velocidad media  $V_s$
2. Calcular  $u_*$
3. Calcular  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$  y  $V_7$  de las ecuaciones (13)
4. Calcular el transporte por la ecuación (11)
5. Calcular la velocidad  $V_c$  por la ecuación (12)
6. Si  $V_c \approx V_s$ , terminar. En caso contrario, hacer  $V_s = V_c$  y repetir a partir del paso 2).

#### b) Método de van Rijn

Similarmente, el coeficiente de fricción y el caudal sólido se calculan utilizando el siguiente algoritmo:

1. Suponer la profundidad  $d_i$  de las condiciones iniciales
2. Calcular los  $R_b$  y  $k_s$
3. Calcular el coeficiente de fricción de Chézy por la ecuación (14)
4. Calcular la velocidad media  $V_c$  por la fórmula de Chézy
5. Calcular  $d_{i+1}$  por continuidad
6. Si  $d_i \approx d_{i+1}$ , ir al paso 8)
7. Si  $d_i \neq d_{i+1}$ , hacer  $d_{i+2} = (d_i + d_{i+1})/2$  y repetir desde el paso 2)
8. Calcular la carga de fondo por la ecuación (15)
9. Calcular la carga suspendida de la ecuación (16) y la carga total como la suma de ambas.

### Condiciones de contorno

El sistema de tres ecuaciones diferenciales parciales, de primer orden, del tipo hiperbólico (ecuaciones 1, 2 y 3) requiere de la especificación de tres condiciones de contorno [1]. Para el caso de flujo de agua y sedimentos en régimen subcrítico deben estipularse dos condiciones en el extremo aguas arriba para cada uno de los ramales entrando al sistema, y la otra en el extremo aguas abajo. En el extremo aguas arriba, debe especificarse una condición para el sedimento y otra para el flujo, pudiendo utilizarse algunas de las siguientes: a) hidrograma de caudales, b) hidrograma de niveles o profundidades, o c) hidrograma de sedimentos entrando al tramo de estudio. Para la condición de contorno aguas abajo, el modelo permite considerar dos tipos: a) una curva de altura contra gasto, suponiendo la existencia de una relación única entre estas variables, y b) un hidrograma de niveles, suponiendo un flujo controlado por una condición dada de niveles de agua. La solución numérica del sistema de ecuaciones algebraicas se obtiene aplicando una modificación del método de Gauss, cuyos detalles computacionales se encuentran en Tucci [16].

### Determinación de las condiciones iniciales

A fin de iniciar el proceso de cálculo es necesario especificar las condiciones iniciales que vie-

nen dadas por: los valores de caudales, niveles de la superficie del agua y niveles del fondo del cauce en todas las secciones del canal en el primer instante de tiempo ( $t = 0$ ). Para esto se requiere partir de condiciones iniciales de equilibrio hidráulico en el sistema, conformado por todas las secciones de cálculo. Como usualmente esas condiciones de equilibrio son desconocidas, un procedimiento común es partir de profundidades y caudales arbitrarios, haciéndose necesario un proceso de estabilización para suavizar las discontinuidades causadas por la inconsistencia entre las condiciones iniciales, las condiciones de contorno y las ecuaciones que gobiernan el flujo [10]. Debido a que el modelo es no acoplado, es decir, en cada intervalo de tiempo se halla primero la solución del modelo de flujo y posteriormente con esos resultados se halla la solución a las ecuaciones que representan el balance de masas del sedimento, la determinación de las condiciones iniciales adecuadas para el flujo y el lecho móvil de un sistema de canales interconectados no es una tarea fácil.

Tenemos por una parte que los predictores de fricción requieren de una primera estimación de la pendiente  $S_f$ , lo cual se hace asignando valores iniciales tentativos del coeficiente de fricción  $n$ , el nivel del agua y el caudal. Los valores de  $n$  sólo podrán ser modificados en cada aproximación por el predictor de fricción una vez que se haya logrado el equilibrio de profundidades y caudales calculados por las ecuaciones del flujo en otro lazo iterativo. Se presentan complicaciones adicionales cuando el flujo es ramificado debido a que la distribución de caudales depende de los coeficientes de fricción en cada ramal. Tomando en cuenta lo anteriormente expuesto, es necesario emplear el siguiente algoritmo [17] para determinar las condiciones iniciales, suponiendo que no hay movimiento de sedimentos, es decir, suponiendo fondo fijo:

1. Hacer  $t = 0$
2. Suponer en cada sección  $Q(t)$ ,  $d(t)$  y un coeficiente de fricción  $n_i$
3. Aplicar ecuaciones del flujo para calcular  $Q(t+\Delta t)$  y  $d(t+\Delta t)$
4. Si en todas las secciones  $Q(t+\Delta t) \approx Q(t)$  y  $d(t+\Delta t) \approx d(t)$  ir al paso 6
5. Si en alguna sección  $Q(t+\Delta t) \neq Q(t)$  ó  $d(t+\Delta t) \neq d(t)$ , hacer  $t = t+\Delta t$  y repetir desde el paso 3
6. Aplicar predictor de fricción y calcular  $n_{i+1}$
7. Si  $n_{i+1} \approx n_i$  terminar
8. Si  $n_{i+1} \neq n_i$  hacer  $n_i = 1/2(n_{i+1} + n_i)$ ,  $t = 0$  y repetir desde el paso 3.

Partiendo de las condiciones iniciales así calculadas, y suponiendo que las modificaciones en el fondo y en el coeficiente de rugosidad son pequeñas entre una iteración y otra, se podría entonces aplicar a partir de  $t = \Delta t$  las ecuaciones del flujo y el predictor de fricción y transporte en forma alterna. Holly *et al.* [10] utilizaron un algoritmo ligeramente diferente, que consiste básicamente en iniciar el cálculo con intervalos  $t$  muy pequeños, los cuales pueden incrementarse paulatinamente una vez que se ha estabilizado la superficie libre.

### Requerimiento de Datos

Los datos requeridos por el modelo son de tres tipos: datos geométricos, datos hidráulicos y datos sedimentológicos. Los datos geométricos están conformados por las secciones transversales de los distintos ramales del río, las cuales pueden obtenerse por levantamientos topográficos o batimétricos, referidos a un mismo datum. De aquí se obtienen las cotas de fondo y pendientes longitudinales de los cauces. Los datos hidráulicos consisten en los hidrogramas de caudales en las secciones de entrada, hidrogramas de niveles o curvas de caudal en las secciones de salida, y los coeficientes de rugosidad de Manning definidos en cada sección computacional del sistema en estudio. Los datos sedimentológicos lo constituyen las características granulométricas del sedimento del lecho, y la definición de la fórmula de transporte a ser utilizada en la simulación matemática. El modelo actualmente permite utilizar tres métodos diferentes para cuantificar el arrastre sólido: a) un relación empírica entre el caudal sólido y la velocidad, en donde el usuario define el valor del coeficiente y del exponente en la relación potencial entre estas variables; b) el método de Karim-Kennedy; y c) el método de Van Rijn.

## Validación Preliminar del Modelo

### a) Caso de isla simétrica

Para verificar el comportamiento del modelo matemático en una primera fase, se utiliza un caso sencillo de flujo subcrítico alrededor de una isla simétrica. La geometría correspondiente se presenta en la Figura 3, en donde el sistema se representa por 14 secciones de cálculo. El canal es rectangular, con un ancho de 20 m en todas las secciones, pendiente de fondo igual a 0.0001 m/m y coeficiente de rugosidad de Manning de 0.024. Las condiciones de contorno para el flujo corresponden a un caudal constante igual a 40 m<sup>3</sup>/s en el extremo aguas arriba, y a un nivel constante de la superficie del agua en el extremo aguas abajo, igual a la altura normal de 2.56 m. Para el sedimento se supone que el caudal sólido entrando al canal es igual a la capacidad de transporte del sedimento, el cual viene dado por una relación simple de tipo potencial con la velocidad del flujo, en donde el exponente igual a 3 es un valor típico para arrastre de arenas:

$$Q_s = 100 V^3 \quad (25)$$

Los cambios que se generan en el fondo del cauce principal y en cualquier brazo de la isla se representan en la Figura 4a. Al inicio se genera inmediatamente un proceso de sedimentación en ambos ramales debido a que al repartirse por igual el caudal líquido y mantenerse el mismo ancho del canal, se disminuye la capacidad para transportar el sedimento. Simultáneamente, se

inicia la degradación del fondo del cauce principal aguas abajo de la isla. Cuando la onda de deposición de sedimentos llega a alcanzar la confluencia, se invierte el proceso y el cauce principal aguas abajo se sedimenta rápidamente, hasta llegar a la condición de equilibrio al cabo de 37.5 días de simulación. En la Figura 4b se aprecian los cambios en el transporte sólido para diferentes instantes de tiempo, observándose como éste se va modificando gradualmente hasta alcanzar el equilibrio dinámico. Para la condición final, el caudal sólido en el cauce principal, igual a 50 kg/s, es exactamente igual a la suma de los caudales sólidos que transporta cada uno de los ramales (25 kg/s). Este caso demuestra la capacidad del modelo para manejar procesos combinados de erosión y sedimentación en un cauce que se divide en diferentes brazos.

### b) Caso de isla no simétrica

Un análisis posterior se realiza cuando los ramales 1 y 2 (Figura 3) tienen anchuras diferentes. Las condiciones de contorno para el flujo empleadas fueron las mismas que las de la isla simétrica, pero para el sedimento se supuso que el caudal sólido entrando es de 1000 kg/s y que la ecuación de transporte es de la forma  $Q_s = 100 TV^\beta$ . En la Figura 5 se presenta la variación temporal de la distribución de caudales  $Q1/Q2$  para diferentes valores del exponente  $\beta$ , y allí puede observarse que para valores de  $\beta$  menores o iguales a 2.7 fue posible encontrar una condición de equilibrio hidráulico y morfológico similar al que se obtuvo en la isla simétrica, mientras que para

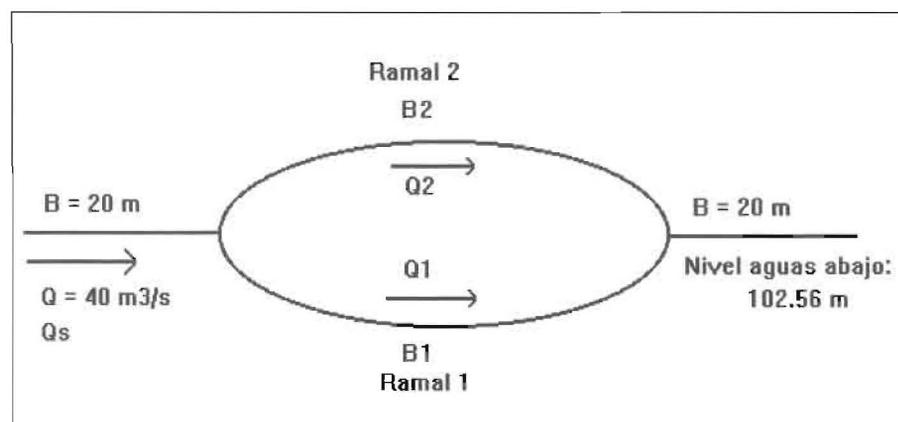


Figura 3. Esquema de flujo alrededor de una isla: Caso a) B1=B2=20 m. Caso b) B1=40 m, B2=20.

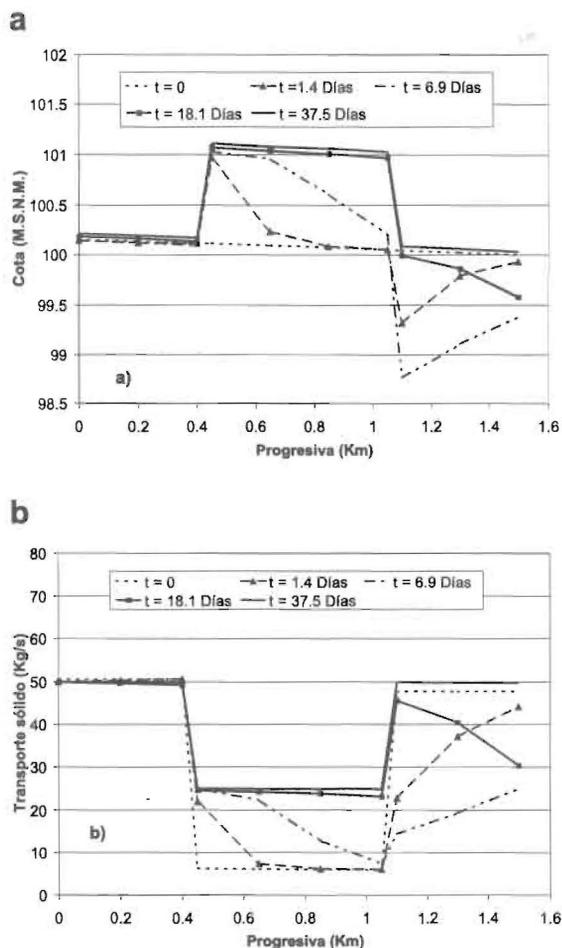


Figura 4. Resultados de la simulación del flujo alrededor de la isla simétrica: a) cambios en el fondo del cauce; b) cambios en el transporte sólido.

valores de  $\beta$  mayores se observó que a partir de cierto momento uno de los dos ramales capta la totalidad del caudal que llega a la confluencia.

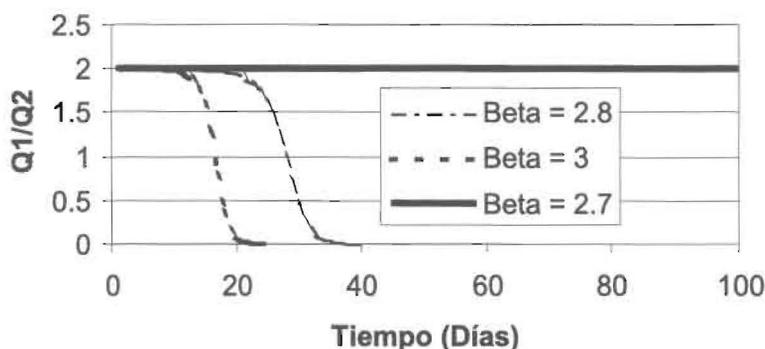


Figura 5. Variación de la distribución de caudales entre dos ramales no simétricos.

Estos resultados indican que cuando el flujo es ramificado y bajo ciertas condiciones geométricas e hidráulicas, no siempre es posible obtener una solución de flujo permanente por incompatibilidad entre las ecuaciones de transporte empleadas, los parámetros involucrados y las ecuaciones que gobiernan el flujo.

### Tránsito de Creciente en el Río Apure

Un segundo caso de análisis se presenta en el Río Apure. La zona de estudio se extiende por aproximadamente 180 km, entre San Fernando y la Boca del Apure en su confluencia con el Orinoco, formando un delta interior en donde el río se divide en numerosos ramales debido a las bajas pendientes y al efecto de remanso que sobre él ejerce el Río Orinoco. La Figura 6 muestra un esquema simplificado del sistema real donde se consideran solamente los cauces más importantes, y para cuyo análisis mediante el modelo matemático se han empleado secciones batimétricas de geometría irregular como las que se muestran en la Figura 7. El sedimento está compuesto principalmente por arenas finas y medias, siendo el diámetro  $D_{50}$  igual a 0.4 mm aproximadamente en el tramo de estudio.

Con el fin de comprobar la capacidad del modelo para reproducir la distribución del flujo en un sistema real, se realizó una aplicación preliminar del modelo a dos condiciones de estado permanente representativas de los flujos de aguas bajas y aguas medias, los cuales equivalen a caudales entrando por San Fernando de 635  $m^3/s$  y 2035  $m^3/s$  respectivamente. En la Tabla 1 se presenta una comparación entre los caudales y niveles calculados, y los valores ob-

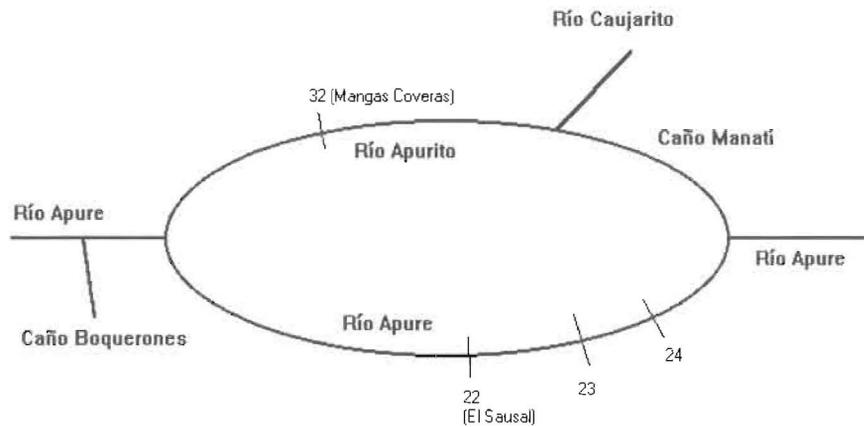


Figura 6. Esquema del sistema fluvial del Bajo Apure.

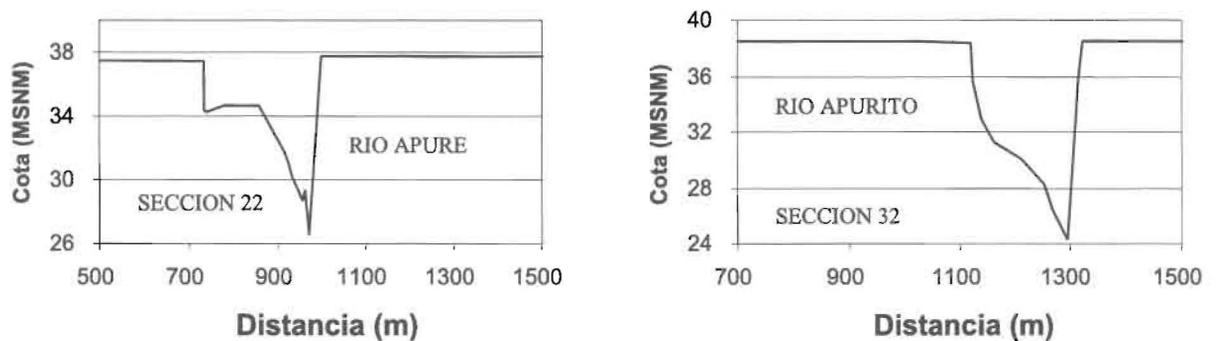


Figura 7. Algunas secciones transversales empleadas en el modelo matemático.

Tabla 1  
Comparación entre valores calculados y observados en el Río Apure

Condición de flujo	Estación	Caudales ( $m^3/s$ )			Niveles (M.S.N.M.)		
		Observ.	Calculados		Observ.	Calculados	
			Karim y Kennedy	van Rijn		Karim y Kennedy	van Rijn
Aguas Bajas	El Sausal	226	166.6	141.9	31.87	31.70	31.06
	Mangas Coveras	361	421.1	445.8	36.10	36.07	35.57
Aguas Medias	El Sausal	892	982.8	844.7	34.82	35.20	34.48
	Mangas Coveras	948	857.2	995.3	38.21	39.12	38.58

servados obtenidos de mediciones efectuadas por la Dirección del Programa Orinoco-Apure (PROA-MARN). Puede apreciarse que las diferencias entre caudales medidos y calculados con los predictores varían desde 17% a 37% en aguas bajas, y desde 5% a 10% en aguas medias; las diferencias entre niveles medidos y calculados están

entre 3 cm y 81 cm en aguas bajas y entre 34 cm y 91 cm en aguas medias; esto indica que la aproximación que se obtiene con los predictores no es muy precisa, pero razonable tomando en cuenta todas las simplificaciones que se han hecho, los posibles errores en las mediciones y lo poco detallado de la información de campo disponible.

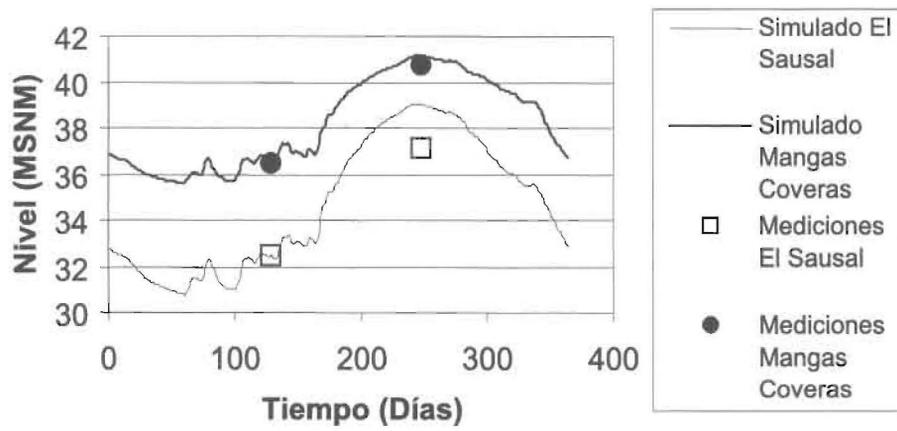


Figura 8. Comparación entre hidrogramas simulados de niveles y mediciones en dos estaciones del bajo Apure.

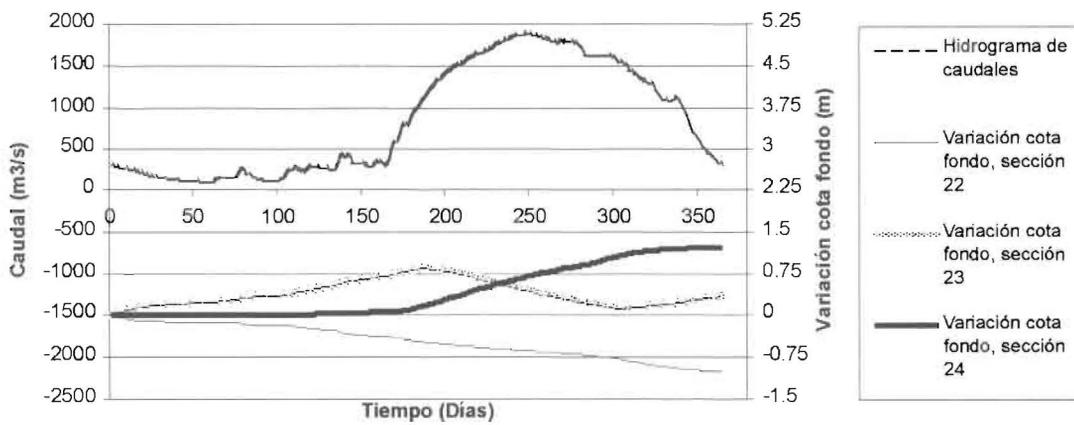


Figura 9. Hidrograma de caudales y variación temporal de la cota del lecho en algunas secciones del Río Apure.

Posteriormente se procedió a simular un caso real de flujo no permanente con fondo móvil, transitando un hidrograma anual típico de caudales entrando al sistema por la sección de San Fernando. La Figura 8 presenta los hidrogramas de niveles en dos estaciones ubicadas en ramales diferentes del sistema fluvial estudiado, como resultado de la simulación con el modelo matemático, y en donde se ha aplicado el predictor de fricción de Karim y Kennedy. Comparando dichos hidrogramas simulados con las mediciones realizadas por el PROA, puede apreciarse que el modelo es capaz de reproducir en forma razonable los niveles de la superficie libre en cauces naturales de geometría compleja y secciones irregulares, bajo condiciones de flujo no permanente. Las discrepancias observadas en aguas altas podrían

ser debidas a que en este caso no se ha considerado la pérdida lateral de caudal por el complicado fenómeno de los desbordes en el río y la activación de pequeños caños secundarios en invierno, y posiblemente también debido a la incertidumbre en las condiciones de borde empleadas, algunas de las cuales han sido extrapoladas de otras estaciones de medición.

Con respecto a los cambios del lecho, en la Figura 9 se muestran las variaciones temporales en la cota del fondo de tres secciones de cálculo consecutivas, como respuesta a las variaciones del caudal líquido en el sistema. Allí puede apreciarse que durante la ocurrencia de un hidrograma anual, la cota del fondo del río varía continuamente, pudiendo alternarse periodos de erosión y sedimentación, y reflejándose además los cam-

bios de una sección en las secciones ubicadas aguas abajo. Por ejemplo, se aprecia alrededor del día 300, que un aumento en la tasa de erosión en la sección 22 trae como consecuencia que la sección 23 (aguas abajo) deje de erosionarse para comenzar a sedimentar, lo cual a su vez incide sobre la sección 24, donde se produce una disminución de la tasa de sedimentación.

### Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo matemático para predicción de cambios altimétricos en el lecho de ríos de llanura formados por múltiples canales. Para ello se incorporan las formulaciones más completas y recientes que permiten estimar los coeficientes de fricción y el arrastre de sedimentos en ríos aluviales con tamaños de sedimentos en el rango de arenas y gravas. El tratamiento de las difluencias se hace bajo la hipótesis de flujo permanente, suponiendo que el arrastre sólido es proporcional al caudal líquido difluente. El modelo se circunscribe a los flujos subcríticos y puede ser aplicado en sistemas deltaicos o trenzados donde el número de Froude se encuentre por debajo de valores cercanos a 1. La comparación de los resultados del modelo con la solución analítica para el caso simple de flujo alrededor de una isla, demuestra la capacidad del modelo para simular procesos transitorios de erosión y sedimentación en diferentes ramales de un cauce fluvial. La aplicación del modelo para simular un hidrograma anual de flujo en el Río Apure demuestra la factibilidad del uso del mismo para simular impactos a largo plazo en el sistema fluvial.

El modelo requiere de una gran cantidad de información y datos de campo para su aplicación a sistemas reales. Antes de poder ser utilizado con propósitos predictivos o de diseño, el modelo debe ser calibrado y verificado con información topográfica o batimétrica correspondiente a dos eventos distintos en el tiempo. En esta forma el modelo se puede convertir en una herramienta fundamental para los planificadores que trabajan en el desarrollo de vías de navegación fluvial.

### Referencias Bibliográficas

1. Chen, Y.H. and Simons, D.B., "Mathematical Modeling of Alluvial Channels", Symposium on Modeling Techniques, ASCE, Vol. 1, Sept. 3-5, pp 466-483, (1975).
2. Bennett, J.P., and Nordin, C.F., "Simulation of Sediment Transport and Armouring", Bulletin IAHS, Wallingford, U.K., 22(4), p.555-569 (1977).
3. Thomas, W.A. and Prasuhn, A.L., "Mathematical Modeling of Scour and Deposition", ASCE, Vol. 103, HY8, (1977).
4. Ponce, V.M., García, J.L. and Simons, D.B., "Modeling Alluvial Channel Bed Transients", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No. HY3, March, (1979).
5. Karim, M.F. and Kennedy, J. F., "IALLUVIAL: A Computer-Based Flow-and Sediment-Routing Model of Alluvial Streams and its Applications to the Missouri River", Iowa Institute of Hydraulic Research Report No. 250, University of Iowa, Iowa City, Iowa, (1982).
6. Lyn D.A., "Unsteady Sediment Transport Modeling", Journal of Hydr. Eng. ASCE, Vol. 113, No. 1, Jan, (1987).
7. Bhallamudi, S.M. y Chaudhry. M.H.. "Numerical Modeling of Aggradation and Degradation in Alluvial Channels." J. Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 117 (9), Septiembre, 1145-1164 (1991).
8. Cui, Y., Parker, G., and Paola, C.. "Numerical Simulation of Aggradation and downstream Fining." J. Hydraulic Research, Vol. 34 (2), 185-204 (1996).
9. Simons, D.B., and Chen, Y.H., "Assessment of Hydraulic Impacts of the Atchafalaya River Flood Control Program on the Lower Mississippi River", Colorado State University, Report No. CER77-78DBS-YHC38 (1978).
10. Holly, F.M., Yang, J.C., Scharwz, P., Schaefer, J., Hsu, S.H., y Einhellng, R., "Numerical Simulation of Unsteady Water and Sediment Movement in Multiple Connected Networks of Mobile-Bed Channels", Iowa Institute of Hydraulic Research, Report No. 343, The University of Iowa, (1990).
11. López, J.L., y Gil, C., "Modelo para Simulación de Cambios Morfológicos en un Sistema Fluvial de Canales Interconectados", XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Cartagena, Colombia, Septiembre (1992).

12. Karim, M.F. and Kennedy, J.F., "Computer-Based Predictors for Sediment Discharge and Friction Factors of Alluvial Streams", Iowa Institute of Hydraulic Research, Report No. 242, University of Iowa, (1981).
13. Van Rijn, L.C., "Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 110, No. 10, (1984).
14. Van Rijn, L.C., "Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 110, No. 11, (1984).
15. Van Rijn, L.C., "Sediment Transport, Part III: Bed Forms and Alluvial Roughness", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 110, No. 12, (1984).
16. Tucci C., "Water Quality Model for a River Network", Ph.D. Dissertation, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, (1978).
17. Nemer, N., "Simulación Matemática de los Procesos de Erosión y Sedimentación del Lecho en Ríos Trenzados", Trabajo de Grado para Optar al Título de Magister Scientiarum en Ingeniería Hidráulica, Facultad de Ingeniería, UCV, 1999.

Recibido el 25 de Septiembre de 2000  
En forma revisada el 16 de Abril de 2001