

Characterization of stripline discontinuities using a variational technique

Freddy C. Brito M.

*Departamento de Comunicaciones, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela. Ciudad Universitaria, Los Chaguaramos, Caracas.
Fax: 6053105. Telef. 6053223. E-mail: fbrito@server1.ucv.edu.ve*

Abstract

The model of rectangular waveguide with magnetic walls, is employed to calculate a basis function that allows the development of the electromagnetic field at both sides of the discontinuity produced by a simetrical variation in the width of the central conductor of the stripline. Applying the continuity conditions, and taking as a basis the corresponding functions for the least width line, we obtain a variational expression that allows the deduction of the elements of the transmission matrix in current and voltage, therefore the dispersion matrix ([S]). The proposed method arrives directly to the equivalent circuit of the discontinuity, and lends itself comfortably to the use of computation tools in calculating the matrix [S] for N symmetrical discontinuities in cascade. This way, one can design such structures as filters and impedance transformers, and study their frequency response. The results obtained show an excellent agreement with those published in the literature, indicating this way the exactness and relevance of the method proposed in this work.

Keys words: Stripline, serie expansion, matrix S, variational method.

Técnica variacional aplicada al estudio de discontinuidades en líneas de transmisión triplaca

Resumen

El modelo de la guía-onda rectangular con paredes magnéticas, es utilizado para calcular una base que permita desarrollar el campo electromagnético en ambos lados de la discontinuidad producida por una variación simétrica en el ancho del conductor central de la línea de transmisión triplaca (stripline). Aplicando las condiciones de continuidad y tomando como base las funciones correspondientes a la línea de ancho menor, se obtuvo una expresión variacional que permite deducir los elementos de la matriz de transmisión en tensión y corriente, y por consiguiente la matriz de dispersión (matriz S). El método propuesto conduce directamente al circuito equivalente de la discontinuidad y permite utilizar cómodamente la herramienta computacional para calcular la matriz [S] de N discontinuidades simétricas en cascada. De esta forma se pueden diseñar estructuras tales como transformadores de impedancia y filtros, y estudiar su respuesta en frecuencia. Los resultados obtenidos indican una excelente concordancia con aquellos publicados en la literatura, mostrando así la pertinencia y exactitud de la metodología de estudio que se propone en este trabajo.

Palabras clave: Línea triplaca, expansión en serie, matriz S, método variacional.

1. Introducción

La búsqueda de soluciones óptimas a los problemas de electromagnetismo, aplicados a los

microcircuitos para microondas, ha sido siempre una preocupación constante en los investigadores. En la década de los años sesenta, los trabajos de Wheeler [1, 2] mostraron la posibilidad de

estudiar líneas microcintas utilizando la técnica de la transformación conforme, también se caracterizaron líneas en paralelo con dieléctrico estratificado. Los trabajos de Callarotti y Gallo [3], hacen uso igualmente de la transformación conforme para estudiar una línea microcinta con dos dieléctricos.

Son muchos los trabajos publicados en los cuales se evidencia una tendencia a mejorar los resultados obtenidos por la aplicación de una determinada técnica. Esto ha permitido publicar algunas obras [4-6]; que recogen parte de esa experiencia enfocada hacia los circuitos MICs (microwave integrated circuits) y MMICs (monolithic microwave integrated circuits).

Las discontinuidades en microlíneas constituyen un problema de significativa importancia debido a que en muchos casos éstas afectan la eficiencia de un circuito en microondas. Esta situación ha motivado la publicación de muchos resultados [7-10]; orientados a describir de la mejor manera los fenómenos que localmente tienen lugar, y a proponer modelos de circuitos equivalente que permita estudiar el comportamiento de estas discontinuidades principalmente en función de la frecuencia. En el acoplamiento de cargas y en los divisores de potencia, es frecuente encontrar los transformadores de impedancia [11, 12], basados principalmente en una variación (simétrica o no) del ancho del conductor central que constituye la microlínea.

El método que se propone en este trabajo está basado en una formulación variacional que se obtiene al desarrollar el campo magnético en ambos lados de la discontinuidad, en función de una base completa. Esta base está constituida por los modos de propagación del campo magnético. Para calcular estas funciones de base se utiliza el modelo de guía-onda equivalente con paredes magnéticas para cada una de las dos líneas que intervienen en la discontinuidad. El cálculo se desarrolla en el contexto de los espacios de Hilbert [13, 14], lo cual permite utilizar la noción de operador y el elegante formalismo introducido por Paul Dirac en mecánica cuántica.

A través de este procedimiento se obtiene el circuito equivalente de la discontinuidad y por consiguiente se calculan los parámetros de dispersión, lo que facilita el modelaje de múltiples

discontinuidades y el estudio de estructuras complejas tales como filtros.

2. Modelo Matemático

2.1. La línea triplaca

Esta línea de transmisión está constituida por tres conductores de los cuales dos están al potencial cero (potencial de referencia), separados por una distancia h y el otro de ancho w tiene un potencial φ_0 respecto a la referencia. Se utiliza la noción de diferencia de potencial debido a que el modo de propagación en esta línea es TEM (Transverse ElectroMagnetic). El dieléctrico que sirve de soporte a la línea es un material no magnético, de permeabilidad magnética μ_0 (permeabilidad del vacío), y de permitividad eléctrica relativa ϵ_0 . Los conductores que integran cada línea se pueden considerar perfectos y las líneas son infinitas en la dirección de Z . La Figura 1 muestra la sección transversa de una línea triplaca, la dirección de Z es perpendicular a la sección transversa.

Para la determinación del campo en la línea, se utiliza del modelo de guía-onda equivalente con paredes magnéticas. Este hace intervenir el ancho equivalente de la línea de transmisión, para el cual el campo eléctrico es paralelo a OY y el campo magnético paralelo a OX , en $X = -w_e/2$ y $X = w_e/2$ (Figura 2).

El ancho equivalente w_e se calcula utilizando la técnica de la transformación conforme y se expresa en función de la integral elíptica de primera especie [4].

2.2. Funciones de base

La línea de ancho w_e se puede modelar por una guía-onda rectangular tal como se aprecia en la Figura 3. Esta guía-onda está llena con el mismo dieléctrico que sirve de soporte a la línea triplaca. Las paredes magnéticas son paralelas a OY y separadas por una distancia $w_e/2$, esta separación se toma básicamente porque el eje central de la línea es también una pared magnética, y por tanto podemos utilizar la simetría de la estructura. Las paredes eléctricas están constituidas por el metal que forma el conductor central y uno de los conductores colocados al potencial de referencia, ya que utilizamos nuevamente la si-

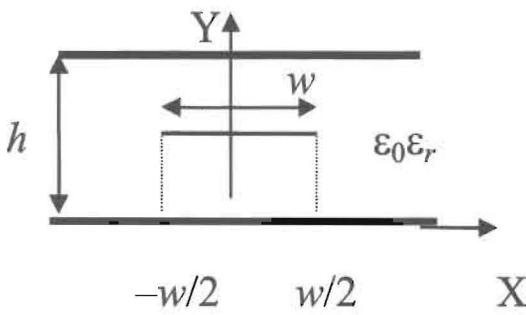


Figura 1. Sección transversal de una línea triplaca.

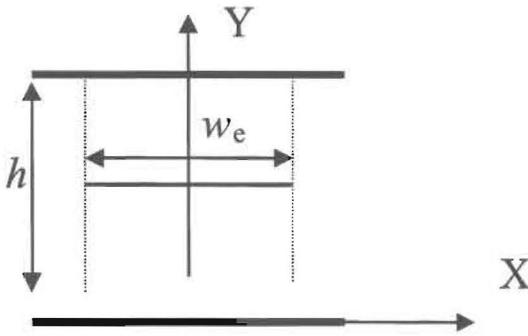


Figura 2. Línea triplaca de ancho equivalente w_e .

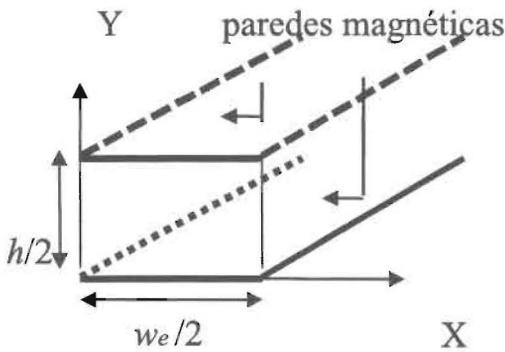


Figura 3. Guía-onda con paredes magnéticas.

metría de la estructura respecto al conductor central.

El modelo utilizado es el de una guía-onda rectangular, en tal sentido no existe de manera general en su interior una propagación en modo TEM. Tomando en cuenta la topología del campo electromagnético en la línea de transmisión triplaca (en este caso modo TEM), se busca en la guía-onda equivalente una propagación en modo TE. Asumimos que, de acuerdo con la frecuencia

de trabajo, sólo se propaga el modo dominante, estando los otros modos en corte. Con estas consideraciones tenemos que la componente longitudinal del campo magnético (H_z) verifica la ecuación (1) en la sección transversal de la guía-onda equivalente:

$$\nabla_t^2 H_z + K_c^2 H_z = 0, \tag{1}$$

donde ∇_t^2 es el operador laplaciano en la sección transversal (plano YOX) y $-K_c^2$ el autovalor de ∇_t^2 el cual dependerá obviamente de la geometría de la estructura. La ecuación (1) y las condiciones de frontera derivadas de las paredes eléctricas (campo eléctrico tangencial a la pared, nulo) y magnéticas (campo eléctrico normal a la pared, nulo) indicadas en la Figura 3, permiten calcular el campo magnético en la dirección de OX, este se expresa por la ecuación (2):

$$H_{xmn} = H_{0mn} \cos\left(2m\pi \frac{y}{h}\right) \cos\left(2n\pi \frac{x}{w_e}\right), \tag{2}$$

donde H_{0mn} se determina a partir de la relación de normación. Como la propagación en la línea triplaca es de tipo TEM entonces, para las funciones de base, tomamos de la guía-onda equivalente sólo la componente en Y del campo eléctrico y la componente en X del campo magnético correspondientes a los modos TE_{0n} . Aun cuando la componente H_z es distinta de cero, ésta no la tomamos en cuenta ya que requerimos de una base ortogonal para representar el campo en la discontinuidad de la triplaca, el cual lo asumimos TEM. Estas funciones de base se calculan a partir de (1), y están dadas por la expresión (3):

$$\begin{cases} H_n(x) = H_{0n} \cos\left(2n\pi \frac{x}{w_e}\right) \\ E_n(x) = E_{0n} \cos\left(2n\pi \frac{x}{w_e}\right) \end{cases} \tag{3}$$

La discontinuidad (Figura 4) se puede considerar como la intersección de dos líneas de ancho equivalente a y b respectivamente:

Para calcular el campo magnético en la discontinuidad de la triplaca, lo expresamos en términos de un desarrollo en serie de funciones ortogonales correspondientes a las guía-onda equivalentes de las dos líneas, dichas funciones se definen a partir del campo magnético dado por (3)

y haciendo cumplir la condición de normación es decir, $\int_0^L f_n f_n dx = 1$; donde: L representa los anchos a o b de las líneas, y f_n son las funciones de base, en nuestro caso el campo magnético en la dirección OX.

Tomando en cuenta que el modo de propagación en la triplaca es TEM, se asume que las dimensiones de la guía-onda equivalente son tales que, a la frecuencia de trabajo considerada, sólo se propaga el modo fundamental en ambas guía-ondas; es decir, el campo eléctrico solo tiene la componente en Y, y la componente H_z del campo magnético se puede despreciar si el ancho efectivo de la línea triplaca es grande respecto a la longitud de onda guiada. De esta manera los modos de orden superior generados por la discontinuidad tienen únicamente presencia local, contribuyendo así a determinar el carácter reactivo de ésta. A partir de las ecuaciones de Maxwell, y tomando en cuenta que la propagación en la guía-onda equivalente es TE, la admitancia de modo (normalizada respecto a la admitancia del modo fundamental), se expresa mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} X_n = -j \frac{\gamma_n}{K_0} \\ X'_n = -j \frac{\gamma'_n}{K_0} \end{cases} \quad (4)$$

donde γ_n y γ'_n representan las constantes de propagación de los modos de orden superior en las guía-onda equivalentes de las líneas de ancho b y a respectivamente; y K_0 es la constante de propagación en espacio libre.

2.3. El operador de proyección

En la unión de las dos líneas, la condición de continuidad del campo electromagnético permite escribir:

$$\begin{cases} \sum_n (a_n - b_n) h_n = \sum_n (a'_n - b'_n) h'_n & \text{continuidad del campo magnético} \\ \sum_n (a_n - b_n) Z_n h_n = \sum_n (a'_n - b'_n) Z'_n h'_n & \text{continuidad del campo eléctrico} \end{cases} \quad (5)$$

donde $Z_n = \frac{1}{X_n}$ y $Z'_n = \frac{1}{X'_n}$; $a_n h_n$ y $b_n h_n$ constituyen las ondas incidentes y reflejadas respectiva-

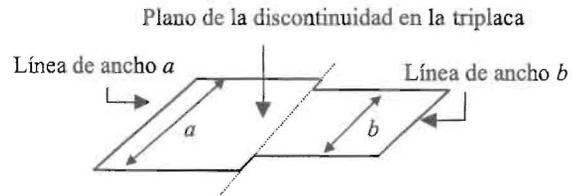


Figura 4. Discontinuidad simple.

mente, en la discontinuidad del lado de la línea de ancho a ; $a'_n h'_n$ y $b'_n h'_n$ constituyen las ondas incidentes y reflejadas respectivamente, en la discontinuidad del lado de la línea de ancho b . En este contexto, la noción de onda incidente y de onda reflejada se utiliza bajo la definición de los parámetros de dispersión (parámetros S) en una red eléctrica. La tensión y la corriente normalizadas en cada línea triplaca que interviene en la discontinuidad, se obtienen a partir de $V_n = (a_n + b_n) Z_n$, $V'_n = (a'_n + b'_n) Z'_n$, $I_n = (a_n - b_n)$, $I'_n = (a'_n - b'_n)$; de esta manera la expresión (5) se transforma en:

$$\begin{cases} \sum_n (I_n h_n - I'_n h'_n) = 0 \\ \sum_n (V_n h_n - V'_n h'_n) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

las corrientes I_n e I'_n son tomadas en el mismo sentido.

Con el fin de mostrar que una expansión en serie de funciones ortogonales, conduce a una expresión variacional, se define los operadores siguientes:

$$\begin{cases} \hat{P}_n = \langle h_n | \bullet \rangle \langle h_n | \\ \hat{P}'_n = \langle h'_n | \bullet \rangle \langle h'_n | \end{cases} \quad (7)$$

$\langle h_n |$ y $\langle h'_n |$ son representaciones vectoriales de las funciones de base en un espacio de Hilbert isomorfo al espacio L^2 del campo electromagnético. En este sentido, la aplicación del operador \hat{P}_n al vector $\langle h'_n |$, por ejemplo, estaría dado por $\hat{P}_n \langle h'_n | = \langle h_n | h'_n \rangle \langle h_n |$. Por otra parte,

$$\sum_n I_n h_n = \sum_n I'_n h'_n = H = \sum_n e_n g_n \quad (8)$$

donde H representa el campo magnético en la discontinuidad, los e_n son coeficientes que se cal-

cularán y g_n es una base que representa h'_n o h_n , así podemos escribir:

$$\begin{cases} \hat{P}_n H = I_n h_n \\ \hat{P}'_n H = I'_n h'_n \end{cases} \quad (9)$$

de acuerdo con este resultado (6) se transforma en:

$$\left[\sum ([V_n / I_n] \hat{P}_n - [V'_n / I'_n] \hat{P}'_n) \right] H = 0 \quad (10)$$

Definiendo los operadores

$$\begin{cases} \hat{X} = \sum [V_n / I_n] \hat{P}_n \\ \hat{X}' = \sum [V'_n / I'_n] \hat{P}'_n \end{cases} \quad (11)$$

la expresión (10) se puede escribir:

$$(\hat{X} - \hat{X}') | H \rangle = 0 \quad (12)$$

Este resultado es sumamente interesante por cuanto $\hat{X} - \hat{X}'$ es un operador auto-adjunto y $|H\rangle$ pertenece a un espacio de Hilbert. Es importante destacar que H pertenece al espacio L^2 (espacio de las funciones de cuadrado integrable), el cual es isomorfo a un espacio de Hilbert. Tomando en cuenta estas propiedades, podemos demostrar que la forma $\langle H | (\hat{X} - \hat{X}') | H \rangle$ es variacional cuando se toma como base g_n las funciones h'_n correspondientes a los modos no propagativos de la guía-onda equivalente de la línea triplaca de ancho menor.

2.4. Forma matricial de la ecuación de proyectores

La discontinuidad se considera como un cuadripolo el cual está cerrado por las impedancias normalizadas (j_z y j'_z) de los modos fundamentales de las guías-onda equivalentes en cada línea. La relación (10) se escribe:

$$\left[-jz\hat{P}_0 - jz'\hat{P}'_0 + \sum_{n=1} (-Z_n \hat{P}_n - Z'_n \hat{P}'_n) \right] H = 0 \quad (13)$$

donde $Z_n = j \frac{K_0}{\gamma_n}$ y $Z'_n = j \frac{K_0}{\gamma'_n}$ son las impedancias de onda normalizadas correspondientes a los modos de orden superior (modos no propagativos en las guías-onda equivalente). Escribiendo la relación (13) para $g_n \equiv h'_n \forall n$ y proyectando en la base de las funciones $h'_p, p = 0, 1, \dots$; obtenemos el sistema lineal homogéneo:

$$(zAA^t + z'A'A^t + K_0 P)e = 0 \quad (14)$$

Atendiendo a las relaciones de ortogonalidad y de normación, las matrices A (matriz columna), A^t (matriz fila), A', A^t y P se escriben:

$$P_{pq} = \sum_{n=1} \left\langle h'_p \left| \left(|h_n\rangle \frac{1}{\gamma_n} \langle h_n| + |h'_n\rangle \frac{1}{\gamma'_n} \langle h'_n| \right) \right| h'_q \right\rangle; \quad (p, q) = 0, 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

$$(A_p)^t = \langle h_0 | h'_p \rangle = 0 \forall p \neq 0 \text{ y } (A_0)^t = \sqrt{\frac{b}{a}} \quad (16)$$

$$(A'_p)^t = \langle h'_0 | h'_p \rangle = 0 \forall p \neq 0 \text{ y } (A'_0)^t = 1 \quad (17)$$

Las incógnitas e_1, e_2, \dots, e_N están contenidas en la matriz columna e , donde N representa el número de funciones de base correspondientes a modos no propagativos. En las ecuaciones anteriores, la forma $\langle | \rangle$ representa el producto escalar hermitiano en el intervalo $[-b/2; b/2]$.

Haciendo $A'e = \delta$ y $A^t e = \delta'$, donde δ y δ' son dos números desconocidos, el sistema (14) se escribe:

$$-e = \frac{1}{K_0} zP^{-1}A\delta + \frac{1}{K_0} z'P^{-1}A'\delta' \quad (18)$$

(18) es la ecuación de proyectores bajo su forma matricial. Multiplicando escalarmente esta expresión por A^t y luego por A' , obtenemos el sistema homogéneo

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{1}{K_0} z\alpha \right) \delta + \frac{1}{K_0} z' \beta \delta' = 0 \\ \frac{1}{K_0} z\beta' \delta + \left(1 + \frac{1}{K_0} z'\alpha' \right) \delta' = 0 \end{cases} \quad (19)$$

donde

$$\begin{cases} \alpha = A' P^{-1} A = \left(\frac{b}{a}\right) P_{11}^{-1} \\ \beta = A' P^{-1} A' = \sqrt{\frac{b}{a}} P_{11}^{-1} \\ \alpha' = A^t P^{-1} A' = P_{11}^{-1} \\ \beta' = A^t P^{-1} A \Rightarrow \beta' = \beta \end{cases} \quad (20)$$

Para que el sistema (19) tenga solución (excluyendo la solución idénticamente nula) en δ y δ' , debemos tener el determinante igual a cero, es decir:

$$1 + \frac{1}{K_0} z\alpha + \frac{1}{K_0} z'\alpha' = 0 \quad (21)$$

Esta relación constituye el elemento esencial para determinar la matriz de transmisión correspondiente al cuadripolo equivalente de la discontinuidad.

3. Resultados

3.1. Matriz de transmisión en tensión y en corriente

Nos interesa conocer la matriz de transmisión de la discontinuidad, en tal sentido podríamos cerrar el cuadripolo equivalente con cualquier impedancia, sólo que se introduciría nuevas incógnitas si el sistema no está adaptado. Por esta razón, cerramos el cuadripolo con las impedancias de onda de los modos fundamentales en cada guía-onda. Este modo fundamental es prácticamente un modo TEM bajo las condiciones indicadas en la sección 2.2, se obtiene el sistema mostrado en la Figura 5.

Haciendo intervenir la matriz de transmisión, de elementos C_{ij} , y tomando en cuenta que $V_1 = -jzI_1$ y $V_2 = -jz'I_2$, se obtiene la relación (22), la cual conduce a la expresión (23).

$$\begin{cases} -jzI_1 + (jz'C_{11} + C_{12})I_2 = 0 \\ I_1 + (jz'C_{21} + C_{22})I_2 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

$$1 + jz \frac{C_{22}}{C_{12}} + jz' \frac{C_{11}}{C_{12}} - z z' \frac{C_{21}}{C_{12}} = 0 \quad (23)$$

comparando (21) con (23) y considerando que se trata de una red sin pérdidas, podemos deducir los elementos de la matriz de transmisión, es decir:

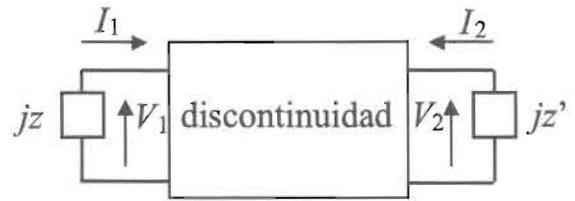


Figura 5. Discontinuidad bajo forma de cuadripolo.

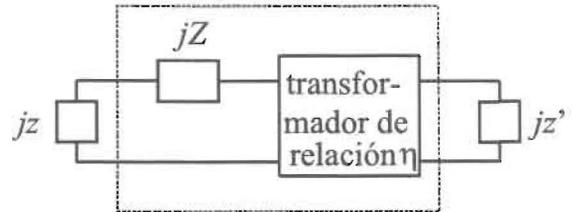


Figura 6. Circuito equivalente de una discontinuidad simple.

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{1}{\eta} \\ C_{12} = j \frac{K_0}{\eta |P^{-1}(1,1)|} \\ C_{21} = 0 \\ C_{22} = \eta \end{cases} \quad (24)$$

donde $\eta = \sqrt{\frac{b}{a}}$.

3.2. Circuito equivalente de la discontinuidad

Comparando (22) con (24) se consiguen las siguientes igualdades:

$$\begin{cases} I_1 = -\eta I_2 \\ V_1 = \frac{1}{\eta} V_2 + jZ I_1 \end{cases} \quad (25)$$

Se puede constatar que estas expresiones corresponden al diagrama de la Figura 6, el cual constituye el circuito equivalente de la discontinuidad.

Interpretando la expresión (25) podemos apreciar que jZ es la impedancia de una inductancia, donde el coeficiente de self-inducción está dado por:

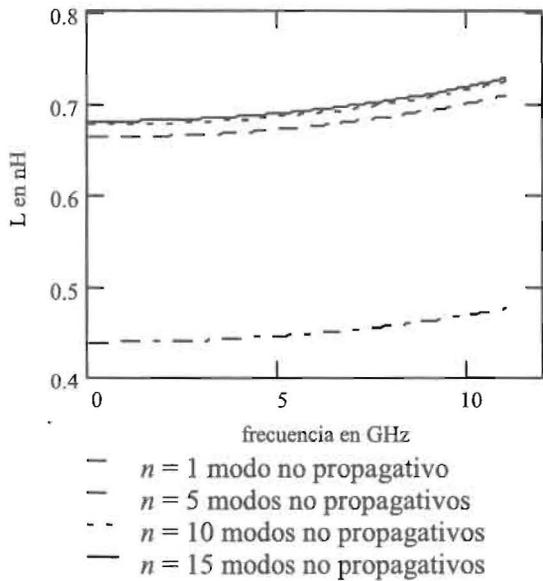


Figura 7. Induct. L ; $h = 6.5$ mm; $a = 8.5$ mm; $b = 5$ mm.

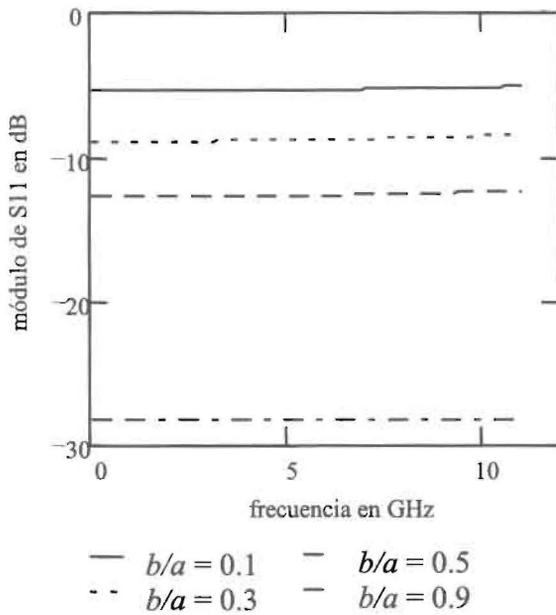


Figura 8. Coef. de reflexión S_{11} ; $h = 6.5$ mm.

$$L(\omega) = \frac{1}{c|P_{11}^{-1}|} \frac{a}{b} 120\pi \tag{26}$$

siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Por otra parte η aparece como la relación de transformación de un transformador ideal. $L(\omega)$ representa la influencia de los modos de orden superior. Así

$L = 0$ cuando se toma el modo fundamental para describir el campo electromagnético en la discontinuidad.

En la Figura 7 se puede observar la excelente convergencia de la inductancia L . Aquí se aprecia que basta con muy pocos modos no propagativos para describir el campo en la discontinuidad. Se ha tomado $\epsilon_r = 9$ y $\mu_r = 1$.

3.3. Matriz de dispersión de una discontinuidad simple

A partir de la matriz de transmisión en tensión y en corriente, se puede obtener la matriz de dispersión $[S]$ utilizando las relaciones de transformación dadas en Gupta *et al.* [4] (página 35). Así, tomando en cuenta (24), se obtiene para la matriz $[S]$ la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{a - b + jZb}{a + b + jZb} \\ S_{12} &= \frac{2b}{a + b + jZb} \sqrt{\frac{a}{b}} \\ S_{21} &= S_{12} \\ S_{22} &= -\frac{a - b - jZb}{a + b + jZb} \end{aligned} \tag{27}$$

Se puede comprobar que la matriz $[S]$ así definida es unitaria. En la Figura 8 se puede observar las variaciones de S_{11} en función de la frecuencia para varios valores de la relación b/a , para una constante dieléctrica relativa $\epsilon_r = 9$.

En la Figura 9 se muestran los resultados obtenidos por descomposición modal y por el método de Cohn [4]; en el ejemplo se ha tomado ($h = 6.5$ mm, $a = 8.5$ mm, $b = 5.1$ mm, $\epsilon_r = 9$). En la comparación se puede apreciar una significativa correspondencia, aun cuando la separación tiende a incrementarse con la frecuencia. Esta separación en frecuencias elevadas, es debido a que en nuestro modelo se ha tomado en forma directa la influencia de los modos de orden superior no propagativos que se generan en la discontinuidad.

3.4. Caso de N discontinuidades

El método propuesto se aplica sin mayores dificultades al caso de N discontinuidades simétricas respecto al eje de la línea. Se calcula la matriz $[S]$ de una discontinuidad simple y la de una porción de línea. Por un cambio en los planos de

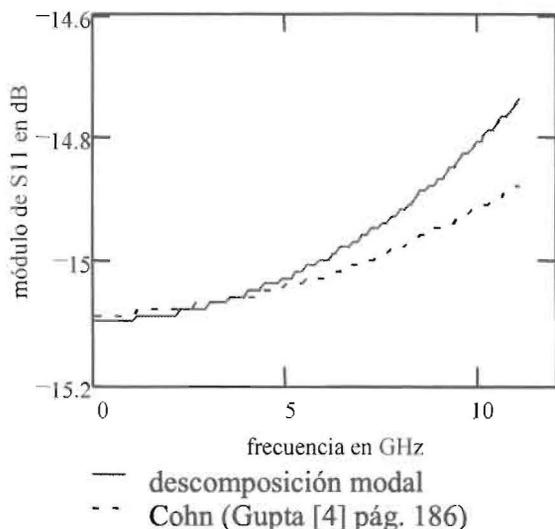


Figura 9. Coeficiente de reflexión S_{11} .

referencia, se traslada la matriz [S] de la discontinuidad i al plano de la discontinuidad $i + 1$. Seguidamente se calcula la matriz [S] del conjunto y se traslada al plano de la siguiente, etc.

El proceso se itera cómodamente permitiendo el uso de la herramienta computacional para calcular los parámetros de dispersión de N discontinuidades, que encontramos comúnmente en los transformadores de impedancia y en los filtros pasivos de microondas.

En la Figura 10 se aprecia el comportamiento del módulo del coeficiente de reflexión para dos discontinuidades, donde se ha tomado: $h = 6.5$ mm, $a_1 = 8.5$ mm, $b_1 = 5.1$ mm = a_2 , $b_2 = 8.5$ mm, $\epsilon_r = 9$.

4. Discusión de los Resultados y Conclusiones

El estudio de una discontinuidad simple en una línea triplaca (stripline) ha sido posible mediante el desarrollo en serie del campo magnético, tomando como base los modos TE de la línea de ancho menor bajo el modelo de la guía-onda rectangular con paredes magnéticas. La definición del operador de proyección permitió obtener una forma variacional por tratarse de un operador auto-adjunto y además que el campo electromagnético puede ser considerado como un elemento de un espacio de Hilbert.

A partir de la expresión variacional que se obtuvo fue posible calcular, con una aproxima-

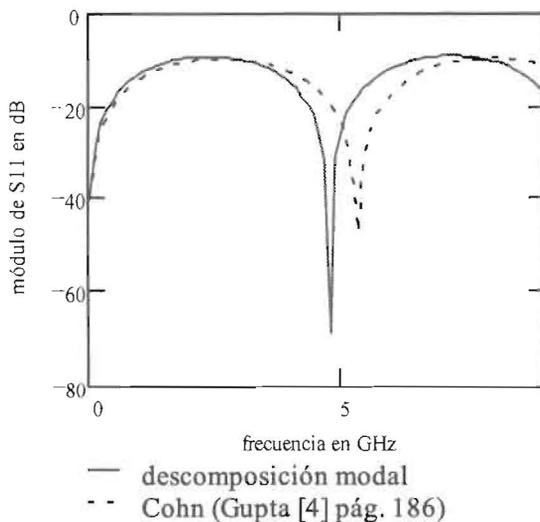


Figura 10. Coeficiente de reflexión S_{11} .

ción por lo menos de segundo orden, los elementos de la matriz de transmisión en tensión y corriente, lo cual condujo directamente al circuito equivalente de la discontinuidad. De esta forma se pudo obtener la matriz de dispersión (matriz [S]) del cuadripolo equivalente y estudiar su comportamiento en función de la frecuencia. El procedimiento se puede iterar fácilmente, permitiendo hacer uso del recurso computacional para el estudio de redes que presenten N discontinuidades simétricas en cascada.

Los resultados mostraron una excelente precisión al ser comparados con los obtenidos por otros métodos publicados en la literatura, indicando así la pertinencia de este procedimiento y su posible aplicación al estudio de filtros y transformadores de impedancia utilizados en dispositivos tales como repartidores de potencia y redes de acoplamiento, que encontramos en los circuitos MICs (microwave integrated circuits) y MMICs (monolithic microwave integrated circuits).

Referencias Bibliográficas

1. H. A. Wheeler. "Transmission Lines properties of Parallel Wide Strip by a Conformal Mapping Approximation", IEEE Trans. on Microwave Theory And Techniques, MTT. 12, 1964, 99. 280-289.
2. H. A. Wheeler. "Transmission Lines Properties of Parallel Strip Separated by a Dielectric

- Sheet", IEEE Trans. on Microwave Theory And Techniques, Vol. MTT-13, march 1965, pp.172-185.
3. R C. Callarotti & A. Gallo. "On the Solution of a Microstripline With Two Dielectrics ", IEEE Trans. on Microwave Theory And Techniques, vol. 32, #4, April 1984, pp 333-339.
 4. K. C. Gupta, R. Garg and R. Chadha. *Computer aided design of microwave circuits*, Edit. Artech House, 1981. *Analyse: Topologie Generale et analyse fonctionelle*, Edit. Hermann, Paris, 1970.
 5. T. C. Edwards. *Conception des circuits microondes*, Edit. Masson, Paris 1984.
 6. J. Helszajn. *Microwave Planar Passive Circuits and Filters*, Edit. John Wiley & Sons, N.Y., 1994.
 7. T.E. Rozzi. "Rigorous Analisis of the Step Discontinuity in Planar Dielectric Waveguide", IEEE Trans. on Microwave Theory And Techniques, Vol. MTT-26, #10, october 1978, pp. 738-746.
 8. Qing-Huo Liu, Weng Cho Chew. "Analysis of Discontinuities in Planar Dielectric Waveguides: An Eigenmode Propagation Method", IEEE Trasn. on Microwave Theory And Techniques, Vol. 39, #3, march 1991, pp. 422-429.
 9. Yansheng Xu and Renato G. Bosisio. "An Effective Approach for Study of Multiple Discontinuities of Transmission Lines", IEEE Trans. on Microwave Theory And Tecniques, Vol. 43, #11, november 1995, pp. 2585-2589.
 10. Raine N. Simons, Nihad I. Dib, and Linda P. B. Katehi. "Modeling of Coplanar Stripline Discontinuities", IEEE Trans. on Microwave Theory And Techniques, Vol. 44, #5, may 1996, pp. 711-716.
 11. Homayoon Oraizi. "Design of Impedance Transformers by the Method of Least Square", IEEE Trans. on Microwave Theory And Techniquesm Vol. 44, #5, march 1996, pp. 389-399.
 12. Valery Petrovich Meschanov, Irina Anatolyevna Rasukova, and Vladimir Dmitrievich Tupikin. "Stepped Transformers on TEM-Transmission Lines", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 44, #6, june 1996, pp. 793-798.
 13. Laurent Schwartz. *Analyse: Topologie Generale et analyse fonctionelle*, Edit. Hermann, Paris, 1970.
 14. Ignacio L. Iribarren. *Topología de espacios métricos*, Edit. Limusa, México, 1987.

Recibido el 20 de Octubre de 1997

En forma revisada el 10 de Julio de 2001