

# Sliding mode control for autonomous vehicles with long delay to track straight paths

Winston García-Gabín\*, Darine Zambrano y Oscar Camacho

Escuela de Ingeniería Eléctrica. Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes, Mérida 5101 Venezuela. Telf. +58 274 2402902 Fax: +58 274 2402903. \*E-mail: winstong@ula.ve

## Abstract

In this paper is presented the application of Sliding Mode Controller in autonomous vehicles with long deadtime to track straight paths. The proposed controller is synthesized from a general reduced order model of the robot. This approach makes possible the application of this controller to different kind of robots, if they can be approximated by that kind of model. Based on computer simulations the proposed controller is compared against feedback state and lateral feedback position controllers. The robot model used is a cinematic one corresponding with a tricycle type model. The results show that the proposed approach presents better performance than the other two.

**Key words:** Autonomous mobile vehicle, deadtime system, sliding mode control.

## Control por modo deslizante para vehículos autónomos con elevado retardo para el seguimiento de caminos rectos

### Resumen

En este artículo se presenta la aplicación de un controlador por modo deslizante en robots móviles con elevado retardo para el seguimiento de caminos rectos. El controlador se diseña a partir de un modelo simplificado que puede ser obtenido por un método de identificación gráfico. Esta propuesta facilita la síntesis con la metodología de Control por Modo Deslizante (CMD) y permite su aplicación a otros robots que puedan ser aproximados por el modelo, sin cambiar la estructura del controlador para cada caso. El desempeño del CMD se compara con dos técnicas de control clásicas: controladores de Realimentación de Estados (RE) y Realimentación de Posición Lateral (RPL). El modelo no lineal del vehículo autónomo utilizado es del tipo cinemático correspondiente a un robot móvil en configuración tipo triciclo. Se muestra como el controlador propuesto permite controlar el vehículo con una mayor relación entre el retardo y la constante de tiempo ( $t_0/v$ ) en comparación con las otras estrategias. Aún cuando para ciertos valores de relación  $t_0/v$  pequeño las otras estrategias de control son capaces de controlar el vehículo, en esa circunstancia el CMD presenta un mejor desempeño.

**Palabras clave:** Vehículo móvil autónomo, sistemas con retardo, control por modo deslizante.

### 1. Introducción

El control de seguimiento de un robot móvil ha sido ampliamente investigado [1]. El esquema de control debe de ser lo suficientemente versátil para lograr que el vehículo autónomo presente una buena maniobrabilidad, rápida respuesta y

características de desempeño robustas. Estos objetivos se ven contrariados por el retardo en el lazo de control. Este constituye un problema frecuente en el control de vehículos autónomos en el seguimiento de caminos [2]. Los robots móviles presentan un elevado retardo debido al tiempo necesario para llevar a cabo las mediciones requeridas

para la estimación de la posición, percepción del entorno, detección de obstáculos, procesamiento de la información de los sensores y señales de visión, generación de la trayectoria para seguir el camino de referencia o eventuales retardos en la propagación de la señal en el lazo de control. Adicionalmente, la ley de control debe ser suficientemente rápida con el fin de asegurar las características de seguimiento del camino.

El retardo acentúa las exigencias al esquema de control producidas por el comportamiento no lineal del vehículo, así como las perturbaciones externas debidas a la interacción entre el vehículo y el terreno, lo cual puede producir la separación del robot del camino deseado con la eventual pérdida del control y la colisión del mismo.

El CMD se caracteriza por presentar una gran simplicidad y robustez [3]. Ha sido considerado frecuentemente en la literatura para el control robusto de sistemas mecánicos [3]. El CMD ha sido aplicado para la solución del control de seguimiento. En [4] se presenta la técnica para robots móviles giratorios, y el robot se representa por las ecuaciones cinemáticas en coordenadas polares bidimensionales. En [5] se presenta la aplicación del control de seguimiento en un robot manipulador de dos juntas usando superficies deslizantes en el espacio de estados.

En las referencias de la literatura de CMD se utiliza el modelo no lineal del robot a controlar para el desarrollo del controlador, esto resulta en un controlador particular para cada robot, adicionalmente no estudian el comportamiento del controlador para elevados retardos en el sistema de control.

En este trabajo se presenta la aplicación de un controlador por modo deslizante para el control de seguimiento de caminos rectos, para vehículos autónomos con elevado retardo. El esquema propuesto emplea un modelo simplificado obtenido por medio de una identificación gráfica, que puede ser utilizado como un controlador único para cualquier robot móvil cuyo comportamiento pueda ser aproximado de esa forma.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el modelo cinemático del robot móvil en coordenadas carte-

sianas utilizado para ilustrar el desempeño del controlador propuesto. En la sección 3 se presenta la síntesis del controlador por modo deslizante. En la sección 4 se desarrollan dos técnicas de control clásicas para el control de robots móviles tal es el caso de control por realimentación de estados y control por realimentación de la posición lateral, contra las cuales se compara el controlador propuesto. En la sección 5 se presenta la comparación del CMD contra dos técnicas clásicas de control para el seguimiento de caminos rectos mediante simulaciones. Finalmente se presentan las conclusiones.

## 2. Modelo del vehículo móvil

El estudio del movimiento de un vehículo móvil es una tarea bastante compleja, debido a la presencia de no linealidades cinemáticas y dinámicas en las ecuaciones de movimiento, interacciones entre el vehículo y el terreno, dinámicas y saturación en los actuadores. Sin embargo, si se asume que el vehículo se mueve en un plano es posible derivar un modelo simplificado en dos dimensiones [6]. La posición del vehículo está dada por  $f(x, y, \theta)$ , donde  $x$  e  $y$  son las coordenadas globales de posicionamiento y  $\theta$  es el ángulo de orientación. Si  $ds$  es el incremento de la distancia, Figura 1, las siguientes expresiones pueden ser obtenidas [7] asumiendo la curvatura  $\gamma$  constante en el intervalo  $ds$ .

$$dx = -\sin(\theta)ds \quad (1)$$

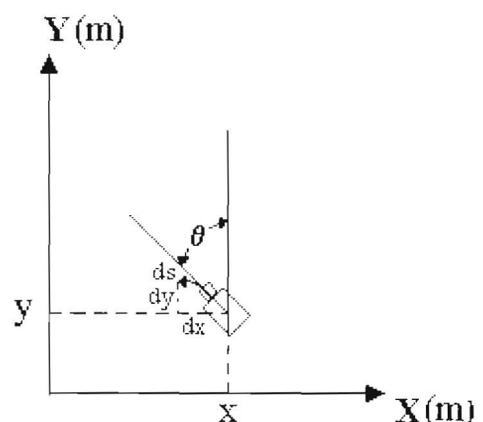


Figura 1. Cinemática del vehículo.

$$dy = \cos(\theta)ds \quad (2)$$

$$d\theta = \gamma ds \quad (3)$$

Luego las ecuaciones en coordenadas globales pueden expresarse como:

$$\dot{x} = -V \sin(\theta) \quad (4)$$

$$y = V \cos(\theta) \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = V\gamma \quad (6)$$

donde

$V$  es la velocidad lineal del vehículo [m/s].

$\dot{\theta}$  es la velocidad angular [rad/s].

$\gamma$  es la curvatura [m].

La señal de control de curvatura se transmite al sistema por medio de un actuador, cuya dinámica se considera en el modelado de su comportamiento. La dinámica del mecanismo de dirección puede ser representada por medio del sistema de primer orden:

$$\dot{\gamma} = -\frac{1}{\tau} \left[ \gamma - \text{sat}(u(t - t_{0d})) \right] \quad (7)$$

donde

$\tau$  es la constante de tiempo [s].

$u$  es la señal de control [m].

$t_{0d}$  es el retardo [s].

Algunos algoritmos de seguimiento de caminos son basados en la selección de un punto objetivo en el camino a seguir, Figura 2, empleando una distancia fija  $L$ . La posición lateral  $\xi$  puede ser expresada en función de las variables de estado y la distancia al punto objetivo para el caso del seguimiento de caminos rectos como:

$$\xi = -(x \cos(\theta) - L \sin(\theta)) \quad (8)$$

### 3. CMD para el seguimiento de caminos rectos

Las técnicas de CMD han sido exitosamente empleadas en sistemas lineales, así como en no lineales, por las múltiples ventajas que presentan en su aplicación para el control de sistemas con incertidumbre o con perturbaciones [8], por lo que resulta atractivo tratar de realizar una exten-

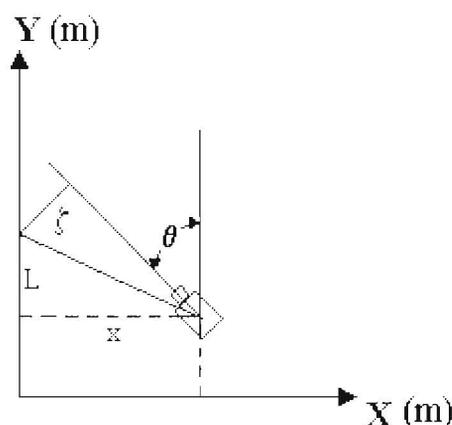


Figura 2. Seguimiento de caminos rectos.

sión para su aplicación a sistemas de vehículos autónomos con elevado retardo.

El CMD es una técnica derivada del control por estructura variable. El problema de diseño de un sistema de control por estructura variable, consiste en seleccionar los parámetros de diseño de cada estructura sobre la cual cambia la ley de control y definir una trayectoria de deslizamiento. En el primer paso de diseño en CMD, se define una superficie de deslizamiento  $S(t)$  que puede ser lineal y debe ser estable. Para el desarrollo del controlador se emplea una superficie de deslizamiento  $S(t)$  como una función integro-diferencial del error [9], como la mostrada en (9),

$$S(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right) \int_0^t e(t) dt \quad (9)$$

donde  $e(t)$  es el error entre la variable controlada y su referencia,  $n$  es el orden del sistema,  $\lambda$  es un parámetro de ajuste seleccionado por el diseñador y determina el comportamiento del sistema en la superficie de deslizamiento.

El objetivo de control es asegurar que la variable controlada se mantenga en el valor establecido como referencia, lo que implica que el error  $e(t)$  sea igual a cero, por lo que el problema de seguimiento de un valor de referencia por parte de la variable controlada se reduce a mantener  $S(t)$  en cero. Una vez que la superficie de deslizamiento se alcanza se desea que se mantenga:

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (10)$$

Para garantizar que el valor de  $S(t)$  sea cero luego de que la superficie ha sido seleccionada, se diseña una ley de control que satisfaga que  $S(t)=0$ . La ley de control  $u(t)$  consiste en dos partes: una continua  $u_c(t)$  y la otra discontinua  $u_D(t)$ .

$$u(t) = u_c(t) + u_D(t) \quad (11)$$

La parte continua viene dada por

$$u_c(t) = f(e(t)) \quad (12)$$

donde  $f(e(t))$  se determina empleando el procedimiento de control equivalente [8].

La parte discontinua  $u_D(t)$  incorpora una no linealidad que incluye un elemento de conmutación alrededor de la superficie de deslizamiento en la ley de control. Para suavizar la conmutación producida por la no linealidad alrededor del valor  $S(t) = 0$  se agrega un parámetro delta [10].

$$u_D(t) = K_D \operatorname{sgn}(S(t)) \mapsto u_D(t) = K_D \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (13)$$

donde  $K_D$  y  $\delta$ , son parámetros de ajuste,  $K_D$  es una ganancia que determina la velocidad con la que se alcanza la superficie de deslizamiento y  $\delta$  se usa para reducir los cambios bruscos sobre el elemento final de control [10].

En el controlador por modo deslizante, la parte discontinua  $u_D(t)$ , es la encargada de guiar el sistema hasta la superficie de deslizamiento y la parte continua  $u_c(t)$ , es la responsable de mantener la variable controlada en el valor de referencia.

En la Figura 3, si se observa el comportamiento de la posición lateral  $\xi$  (línea continua) en función de un cambio escalón en la curvatura, se encuentra que para valores cercanos al camino recto la posición lateral se puede aproximar a la respuesta de un sistema integrante con retardo (línea punteada).

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{s} e^{-t_0 s} \quad (14)$$

El término  $e^{-t_0 s}$  corresponde al retardo del sistema, el cual se aproxima mediante una serie de Taylor de primer orden a una función de transferencia de la forma,

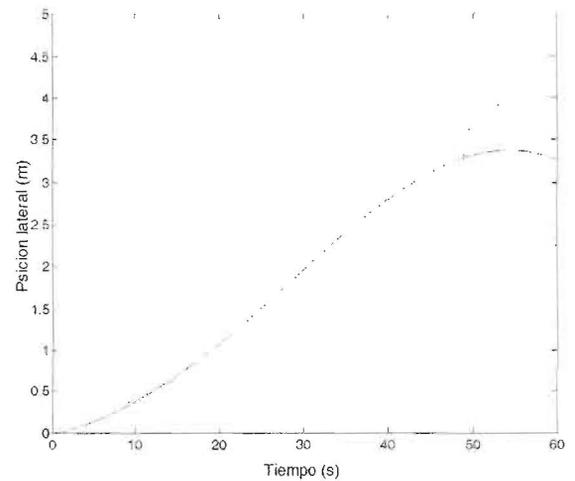


Figura 3. Curva de reacción.

$$e^{-t_0 s} = \frac{1}{e^{t_0 s}} \cong \frac{1}{t_0 s + 1} \quad (15)$$

Sustituyendo en la ecuación (14) se tiene

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(t_0 s + 1)} \quad (16)$$

Que se corresponde con una ecuación diferencial de la forma

$$t_0 \frac{d^2 X(t)}{dt^2} + X(t) = KU(t) \quad (17)$$

para un sistema de segundo orden ( $n=2$ ), a partir de la ecuación (9) se obtiene:

$$S(t) = \operatorname{sgn}(K) \left[ \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt \right] \quad (18)$$

La anterior (18) es llamada superficie de deslizamiento tipo PID (Proporcional Integral Derivativa) [11], donde,  $\lambda_0$  y  $\lambda_1$  representan parámetros de ajuste. El término  $\operatorname{sgn}(K)$  es incluido para tomar en consideración el signo de la ganancia del modelo de aproximación y es utilizado para seleccionar la acción del controlador (directa o inversa).

Las ecuaciones que se obtienen para el controlador fueron desarrolladas en [12], empleando el procedimiento de control equivalente,

$$U(t) = \frac{t_0 \lambda_o}{K} e(t) + K_D \frac{S(t)}{S(t) + \delta} \quad (19)$$

Con una superficie de deslizamiento como la mostrada en (18).

Las ecuaciones (18) y (19) constituyen la ley de control en variables de desviación, la cual posee una estructura fija dependiente de  $y$  y de los parámetros característicos del modelo integrante con retardo.

Para la parte continua del controlador y la superficie de deslizamiento, los parámetros de ajuste usados en [12] son:

$$\lambda_1 = \frac{1}{t_0} \quad (20)$$

$$\lambda_o \leq \frac{\lambda_1^2}{4} \quad (21)$$

y para la parte discontinua del controlador,

$$K_D = \frac{0.64}{|K|} \left[ \frac{1}{t_0} \right]^{0.76} \quad (22)$$

$$\delta = 0.68 + 0.12(|K| K_D \lambda_1) \quad (23)$$

#### 4. Técnicas clásicas de control para el seguimiento de caminos rectos

En esta sección se realiza el desarrollo de dos controladores utilizando técnicas clásicas, tales como el control por realimentación de la posición lateral y control por realimentación de estados. La comparación se realiza contra estos controladores puesto que los controladores por modo deslizante propuestos en la literatura no estudian su desempeño para el caso de sistemas con elevado retardo en el lazo de control.

##### 4.1. Realimentación de la Posición Lateral (RPL)

Para el desarrollo del controlador RPL se selecciona un punto objetivo en el camino a seguir, empleando una distancia fija  $L$ , Figura 3. La posi-

ción lateral  $\xi$  puede ser expresada en función de las variables de estado y la distancia al punto objetivo. En la Figura 3 se observa como  $\xi$  no depende de la variable  $y$ , por lo que las ecuaciones del modelo pueden ser reescritas de la siguiente manera:

$$\dot{x} = -V \operatorname{sen}(\theta) \quad (24)$$

$$\dot{\theta} = V \gamma \quad (25)$$

$$\dot{y} = -\frac{1}{\tau} \left[ \gamma - \operatorname{sat} \left( u(t - t_{0d}) \right) \right] \quad (26)$$

La ley de control es de la forma:

$$u(t) = K_{RPL} \xi \quad (27)$$

Ajustando el valor de  $K_{RPL}$  se modifica el desempeño del robot en lazo cerrado. Este parámetro ha sido ajustado de manera de se tenga un desempeño en la señal de salida similar al de las otras técnicas usadas en la comparación.

##### 4.2. Realimentación de Estados (RE)

Otra técnica clásica para el control de vehículos móviles es el control de realimentación de estados. Dado el modelo no lineal del robot (4, 5, 6, 7, 8). Para el desarrollo del controlador se linealiza el modelo, que en variables de estado se puede expresar de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -V & 0 \\ 0 & 0 & V \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} U \quad (28)$$

$$X = AX + BU \quad (29)$$

para

$$U = -K_{RE} X \quad (30)$$

con

$$K_{RE} = [K_1 K_2 K_3] \quad (31)$$

Se determinaron los valores de  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$ , de forma tal de lograr que el robot móvil tenga un

desempeño lo más parecido posible al de los otros esquemas de control usados.

## 5. Comparación de los esquemas de control

En esta sección se realizan comparaciones entre el CMD propuesto y las dos técnicas RPL y RE. Las pruebas se realizan para dos condiciones de relación retardo/constante de tiempo  $t_0/\tau = 2$  y  $t_0/\tau = 5$ .

En la Tabla 1, se muestran los parámetros del modelo del robot utilizados en las simulaciones, así como los parámetros de ajuste de los controladores.

En la Figura 4 se muestra el desempeño de los controladores para el caso de una relación retardo constante de tiempo igual a dos. Se representa el controlador por modo deslizante en línea continua, el controlador por realimentación de espacios de estado en línea punteada y el controlador por realimentación de la posición lateral en línea segmentada.

La Figura 4 muestra como con el ajuste de los controladores se logra un cambio inicial de curvatura de 0.8 para los sistemas RE, RPL y CMD. El CMD presenta una respuesta sin sobrepaso, al igual que el de RPL, ambos esquemas de control presentan un tiempo de estabilización muy similares. Respecto a las exigencias sobre el actuador, el CMD tiene un movimiento más suave que el de RPL, en el primer movimiento ambas señales alcanzan su valor de saturación, pero después de la saturación la señal de control del CMD es mucho más suave que la de RPL, por lo

que presenta menores exigencias en el actuador del vehículo móvil.

El controlador RE presenta sobrepaso y el tiempo de estabilización es muy alto, llegando incluso, al igual que el controlador RPL, a presentar un pequeño error en valor estacionario.

Si se aumenta el retardo de manera que la relación retardo/constante de tiempo tenga un valor de 5, tal y como se puede observar en la Figura 5, los controladores por RE y RPL son incapaces de estabilizar el sistema presentando oscilaciones hasta saturar el elemento final de control en el valor de curvatura 0.8. Se puede observar como el CMD presenta un comportamiento suave sin sobrepaso, alcanzando la saturación de la señal del actuador solo en los primeros instantes de tiempo.

## 6. Conclusiones

Se propuso la aplicación de un CMD para vehículos autónomos con retardo elevado en el seguimiento de caminos rectos. El CMD presentó un excelente desempeño en comparación con los controladores en estudio, sin producir mayores exigencias al actuador. El CMD permite controlar el vehículo autónomo con mayor retardo en comparación con las técnicas RPL y RE. En el caso  $t_0/\tau = 2$ , todos los controladores presentan un comportamiento estable, el CMD presentó un mejor desempeño que los otros esquemas de control, puesto que no presenta error en estado estacionario. Se encontró que los sistemas de control RPL y RE presentan un desempeño similar en cuanto a la capacidad de controlar el vehículo autónomo en función de la relación retardo/constante de tiempo del sistema.

Tabla 1  
Parámetros del modelo del robot y de los controladores utilizados en las simulaciones

Parámetros del modelo	CMD	RPL	RE
$V = 0.2$ m/s	$K = 0.85$ m/s	$K_{RPL} = 5$ m/m	$K_1 = -1.875$ m/m
$\gamma = [0 \text{ a } 0.8]$ m	$t_0 = 7$ s		$K_2 = 0.955$ m/rad
$\tau = 0.25$ s	$\delta = 68.198$ m/s		$K_3 = -0.316$ m/m
$t_{0d} = 0.25$ s	$K_D = 155.029$ m		
	$\lambda_0 = 0.391 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-2}$		
	$\lambda_1 = 1.25 \text{ s}^{-1}$		

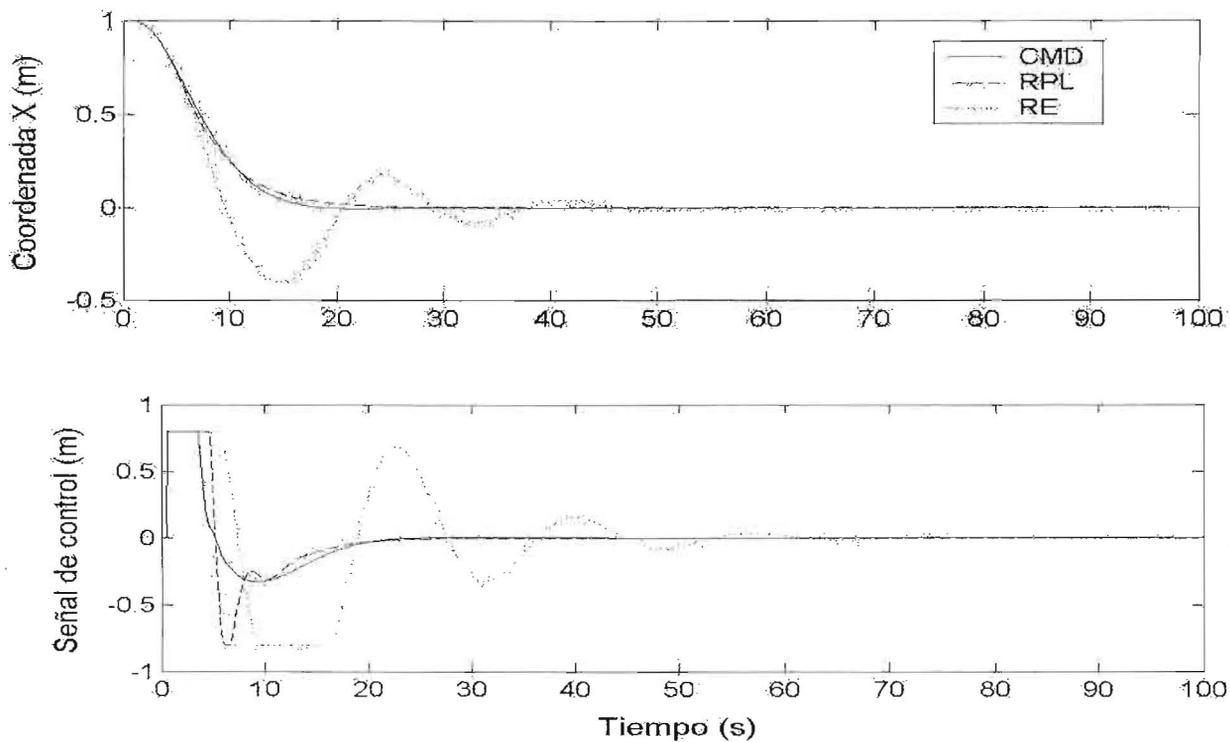


Figura 4. Comparación para el caso  $t_0/\tau=2$ .

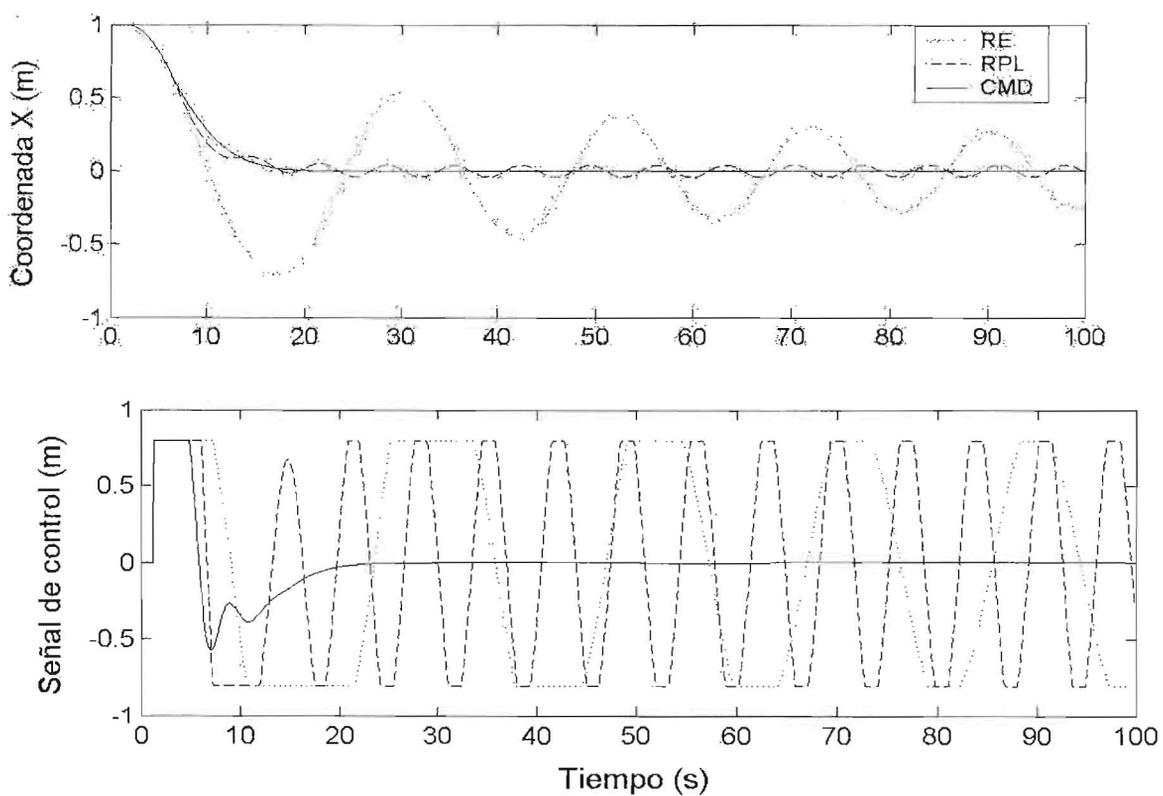


Figura 5. Comparación para el caso  $t_0/\tau=5$ .

### Referencias Bibliográficas

1. Kolmanovsky I. y Harris McClamroch N.: "Developments in non-holonomic control problems", IEEE Control Systems, Vol. 15, N° 6 pp.20-36 1995.
2. Ollero A., García-Cerezo A. y Martínez J.: "Fuzzy supervisory path tracking of autonomous vehicles". Control Engineering Practice, Vol. N° 2 pp. 313-319 1994.
3. Bartolini G., Pisano A., Punta E. y Usai E.: "A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems". International Journal of Control, Vol. N° 76, pp. 875-892 2003.
4. Chwa Dong Kyoung, Jin H. Seo, Pyojae Kim y Jin Young Choi: "Sliding mode tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots", Proceedings of the American Control Conference, May 8-10 2002.
5. Slotine J.J., y Sastry S.S.: "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators". International Journal of Control, Vol. 38, N° 2, pp. 465-492 1983.
6. Canudas de Wit C., Khenouf H., Samson C. y Sordalen O. J.: "Nonlinear control design for mobile robots", in Recent Trends in Mobile Robots, Zheng Y. F., Ed. Singapore: World Scientific, vol. 11, pp. 121-156 1993.
7. Heredia G., Ollero A., Gordillo F. y Aracil J.: "Stability analysis of fuzzy path tracking using a MIMO frequency response technique". Preprints of the IFAC Workshop on Intelligent Component for Vehicles, March 23-24 1998.
8. Utkin, V. I.: "Variable Structure Systems with Sliding Modes". Transactions of IEEE on Automatic Control, AC - 22, pp. 212 - 222 1977.
9. Slotine J. y Li W.: "Applied Nonlinear Control". Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
10. Zinober A. S. I.: "Variable Structure and Liapunov Control", Springer - Verlag, London, 1994.
11. Camacho O. Smith C.: "Sliding mode control an approach to regulate nonlinear chemical processes". ISA Transaction, Vol. 39, N°2, pp. 205-218 2000.
12. Camacho O., García W., y Rojas R.: "Sliding Mode Control: A Robust approach to integrating systems with dead time". Second IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems 1998.

Recibido el 3 de Marzo 2004  
En forma revisada el 25 de Abril 2005