

## Stabilization of a brushed DC motor with the port controlled Hamiltonian approach

Atilio Morillo Piña<sup>1</sup>, E. Miguel Ríos<sup>2</sup> y Vivian Acosta<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigación de Matemática Aplicada (CIMA), Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia, Apartado 10482, Maracaibo, Venezuela. E-mail: amorillo7@cantv.net.

<sup>2</sup>Postgrado de Ingeniería de Controles, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes. La Hechicera, Mérida, Venezuela. E-mail: riosm@ula.ve / acostav@ula.ve

### Abstract

The main objective of this paper is to present an application of the port controlled Hamiltonian approach to achieve stabilization of electromechanical systems. For this purpose we have selected the model of a DC brushed motor, which have been shown to be useful in illustrating some nonlinear control techniques. By means of the application of conversion of energy principles, the brushed DC motor is modeled in a suitable form, allowing instrumentally to dispose of the total energy function of the system, which carries on the mechanical and electrical effects. On the ground of the total energy function, it is possible to express the system in the port controlled Hamiltonian form, which clearly describes the interconnection and damping structures of the system, and the input and output ports of energy. Once we have reached this representation, the result is the passivation of the system, hence by means of the application of the interconnection and damping assignment passivity based control methods, we obtain the synthesis of a static feedback stabilizing control.

**Key words:** Nonlinear systems, port controlled Hamiltonian systems, stabilization, energy conversion.

## Estabilización de un motor DC de escobillas modelado en forma hamiltoniana controlada por puertos

### Resumen

El objetivo de este trabajo es mostrar una aplicación del denominado enfoque hamiltoniano controlado por puertos para la estabilización de sistemas electromecánicos. El prototipo de sistema utilizado para la aplicación es un motor DC de escobillas, el cual ha sido útil en recientes trabajos de ejemplificación de nuevos enfoques para el control de sistemas no lineales. El sistema se modela en forma conveniente basándose en principios de conversión de energía, de manera que logra disponerse de la función de energía total del sistema, en la cual se incluyen los efectos eléctricos y mecánicos. Apoyándose en la función de energía total, es posible expresar el sistema en forma hamiltoniana controlada por puertos, forma en la cual se exhiben claramente las estructuras de interconexión interna y de amortiguamiento del sistema, así como los puertos de entrada y salida de energía. Este modo de representación del sistema permite sacar provecho de sus propiedades de pasividad, puesto que facilita la aplicación de los métodos de interconexión, de modificación de energía y asignación de amortiguamiento, que conducen a la síntesis de un controlador de estabilización por realimentación de los estados.

**Palabras clave:** Sistemas no lineales, sistemas hamiltonianos controlados por puerto, conversión de energía, estabilización, interconexión y asignación de amortiguamiento.

## 1. Introducción

Un sistema electromecánico, desde la perspectiva del modelado, puede descomponerse esquemáticamente en tres diferentes partes. (i) un subsistema eléctrico, (ii) un subsistema mecánico; y (iii) un acoplamiento algebraico del torque. Los métodos tradicionales de control ignoran la influencia del subsistema eléctrico, lo cual es aceptable en muchos casos, sin embargo para tareas de mayor exigencia en el desempeño del mecanismo, la no inclusión de su efecto conduce a la degradación del desempeño [1].

El desarrollo de técnicas de control no lineales constituye un paso de avance en el diseño de controladores para sistemas electromecánicos, contribuyendo a una mejor ejecución exigida por tareas más complejas. En la referencia [1], por ejemplo, se aplica la denominada técnica de *backstepping* para el caso de un motor DC de escobillas en la tarea de ubicar una carga mecánica, logrando sintetizar un controlador de posición, seguido de un controlador adaptativo para compensar la incertidumbre paramétrica. Para estabilizar la posición de este motor de escobillas Acosta y Ríos [2] utilizan un enfoque *forwarding*, según el cual no es suficiente con identificar los subsistemas y sus propiedades de estabilidad separadamente, sino que también es necesario caracterizar la naturaleza de la interconexión, alcanzando identificar el término de interconexión para la construcción del denominado "término cruzado" de la función de almacenamiento.

Las dos técnicas referidas arriba, tanto la de *backstepping* como la de *forwarding*, tienen en común varias características, pero fundamentalmente ambas se basan en un modelo matemático descrito por ecuaciones en la denominada forma afín:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1)$$

Esta clase de sistemas es demasiado general para describir las ecuaciones que modelan sistemas físicos. Un sistema físico usualmente contiene en sí mismo gran cantidad de información que puede y debe ser aprovechada en el proceso de modelación. Una de las ventajas impor-

tantes es que el sistema físico permite considerar la energía asociada al sistema y modelar su dinámica en términos de variables de energía. Adicionalmente se aprovecha la idea de interpretar las variables externas como puertos de potencia, a través de los cuales la energía entra o sale del sistema. Estos son precisamente los criterios en los que se funda el llamado enfoque hamiltoniano controlado por puertos (SHCP), que en este artículo utilizaremos para analizar la dinámica de un motor DC de escobillas. Para una discusión detallada de esta técnica de modelación remitimos a Maschke *et al.* [3] y a van der Schaft [4].

Una vez modelado el sistema en forma hamiltoniana controlada por puertos, el controlador puede sintetizarse utilizando la metodología de interconexión y asignación de amortiguamiento (metodología IDA), la cual es una técnica de pasividad desarrollado por Ortega *et al.* [5] para sistemas no lineales en general, y aplicada por Rodríguez y Ortega [6] al caso particular de los sistemas electromecánicos.

En la Sección 2 se describe el proceso de modelación del sistema. Se parte del modelo estándar del motor DC de escobillas, y a continuación, utilizando los principios de conversión de energía desarrollados en Meisel [7], el modelo se ubica en el contexto de los sistemas electromecánicos generalizados. Este paso a su vez conduce al modelo hamiltoniano controlado por puertos, el cual consiste en determinar las estructuras de interconexión y amortiguamiento del sistema, y expresarlo en términos de la función de energía total asociada. En la Sección 3 se discuten los detalles de la aplicación de la metodología IDA de Ortega *et al.* [5] y Rodríguez y Ortega [6], que consiste en proponer modificaciones a la energía total y a las estructuras de interconexión y amortiguamiento, y en última instancia se reduce a resolver una ecuación algebraica (a diferencia del caso general donde las ecuaciones básicas son ecuaciones en derivadas parciales). Al final se sintetiza un controlador basado en el completo conocimiento del estado del sistema. En la Sección 4 se presentan algunas simulaciones que describen el desempeño del controlador diseñado. Finalmente se presentan algunas conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros.

## 2. Modelo del motor DC de escobillas en forma hamiltoniana controlada por puertos

### 2.1 Modelo estándar

El modelo estándar de un motor DC de escobillas consiste de: i) un subsistema mecánico que describe la dinámica del rotor del motor y la posición de la carga; ii) un subsistema eléctrico que describe los efectos eléctricos más relevantes del motor; y iii) una relación estática, que representa la conversión de energía eléctrica en energía mecánica (para más detalles, véase [1]).

Las ecuaciones asociadas a este modelo son:

$$\begin{cases} M\ddot{q} + B\dot{q} + N \operatorname{sen}(q) = i \\ Li = v - Ri - K_B q \end{cases}, \quad (2)$$

donde  $M$  es la constante de inercia,  $B$  es el coeficiente constante de fricción,  $N$  el valor de la carga constante,  $q(t)$  define la posición angular de la carga (igual a la posición del rotor),  $\dot{q}(t)$  denota la velocidad angular de la carga,  $i(t)$  es la corriente en el rotor,  $L$  representa la inductancia constante del rotor,  $R$  es el valor de la resistencia constante del rotor,  $K_B$  es la fuerza electromotriz constante, y finalmente,  $v(t)$  define el voltaje de control.

### 2.2. Modelo basado en conversión de energía

Con el propósito de mayor claridad, en esta subsección revisaremos el procedimiento de modelado explicado en Rodríguez y Ortega [6], el cual está basado en la metodología de conversión de energía para representar sistemas electromecánicos generalizados detallada en Meisel [7]. Asumiendo que todos los parámetros tienen valores constantes conocidos, por la aplicación de las leyes de Gauss y Ampere, se obtiene la siguiente relación entre la variable de flujo de enlace  $\lambda$  y el vector de corriente  $i$ :

$$\lambda = L(\theta)i + \mu(\theta), \quad (3)$$

donde  $\theta \in \mathfrak{R}$  representa la posición angular mecánica,  $L(\theta) = L^T(\theta) > 0$  es la matriz de inductan-

cia de tamaño  $n_e \times n_e$ , la constante  $n_e$  es el número de devanados o bobinas,  $\lambda \in \mathfrak{R}^{n_e}$  representa el vector de flujo de enlace, y finalmente  $i \in \mathfrak{R}^{n_e}$  es el vector de corriente. El vector  $\mu(\theta)$  representa los flujos de enlaces.

Asumiendo coordenadas eléctricas totalmente actuadas, la ecuación de equilibrio de los voltajes conduce a la relación:

$$\lambda + Ri = u, \quad (4)$$

donde  $u \in \mathfrak{R}^{n_e}$  es el vector de voltajes aplicados a las bobinas,  $R = R^T > 0$  es la matriz de resistencia eléctrica en las bobinas.

El acoplamiento entre los subsistemas eléctrico y mecánico es establecido a través del torque de origen eléctrico  $\tau(i, \theta)$  (véase [7] para más detalles) de acuerdo a la ecuación:

$$\tau(i, \theta) = \frac{1}{2} i^T \nabla_{\theta} L(\theta) i + i^T \nabla_{\theta} \mu(\theta), \quad (5)$$

donde  $\nabla_{\theta}$  denota la matriz jacobiana  $\frac{\partial}{\partial \theta}$  respecto de  $\theta$ .

A fin de completar el modelo, la ecuación anterior es reemplazada en la ecuación para el subsistema mecánico:

$$J\ddot{\theta} = -r_m \dot{\theta} + \tau(i, \theta) - \nabla_{\theta} V(\theta), \quad (6)$$

donde  $J > 0$  es la inercia rotacional del subsistema mecánico,  $V(\theta)$  es la energía potencial y  $r_m > 0$  es el coeficiente de fricción viscosa.

### 2.3. Modelo hamiltoniano controlado por puertos

Con el objeto de aplicar la metodología de diseño IDA, es necesario expresar el modelo (3)-(6) en forma hamiltoniana controlada por puertos:

$$\dot{x} = [\mathfrak{X}(x) - \mathfrak{R}(x)] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)u \quad (7)$$

$$y = g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x), \quad (8)$$

donde  $x \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathfrak{R}^m$  es el vector de control,  $y \in \mathfrak{R}^m$  es el vector de salida.  $H(x)$  es la función de energía del sistema en lazo abierto, la matriz anti-simétrica  $\mathfrak{S}(x) = -\mathfrak{S}^T(x)$  define la estructura de interconexión interna del sistema, la matriz positiva semi-definida  $\mathfrak{R}(x) = \mathfrak{R}^T(x) > 0$  define la estructura de amortiguamiento, mientras que la matriz  $g$  de tamaño  $n \times m$  captura la estructura de interconexión externa. Una característica esencial es que el sistema (7)-(8) es pasivo con respecto a la función de energía en lazo abierto  $H(x)$ . Es decir se satisface la siguiente relación:

$$\dot{H}(x) = -\nabla_x^T H(x) \mathfrak{R}(x) \nabla_x H(x) + y^T u \leq y^T u. \quad (9)$$

Para el caso específico del motor DC de escobillas, los valores de las anteriores variables en el modelo (3)-(6) son:

$$n_e = 1, \quad L(\theta) = L \in \mathfrak{R}, \quad V(\theta) = N_0(1 - \cos(\theta)),$$

$$\mu(\theta) = \tau_L \theta, \quad J = M\tau_L, \quad r_m = B\tau_L, \quad N_0 = N\tau_L,$$

donde  $L$  es el valor constante de la inductancia,  $N_0$  es una constante de inercia,  $\tau_L$  es el valor constante del torque,  $M$  y  $B$  fueron definidos por medio de la ecuación (2). La energía total en lazo abierto viene dada en términos de las energías eléctrica, cinética y potencial, es decir [5]:

$$H(x) = \frac{1}{2} [\lambda - \mu(\theta)]^T L(\theta)^{-1} [\lambda - \mu(\theta)] + V(\theta) + \frac{1}{2} \frac{p^2}{J}, \quad (10)$$

donde  $x = [\lambda, \theta, p]$  es la nueva variable de estado, formada por la variable de flujo de enlace  $\lambda$ , la posición mecánica  $\theta$ , y el momento angular  $p := J\dot{\theta}$ , donde  $J$  es la constante de inercia del subsistema mecánico (6).

Substituyendo en (7) los valores de la inductancia  $L(\theta)$ , del vector  $\mu(\theta)$ , y de la energía potencial  $V(\theta)$ , se obtiene como función de energía total:

$$H(x) = \frac{1}{2L} (\lambda - \tau_L \theta)^2 + N_0(1 - \cos(\theta)) + \frac{1}{2} \frac{p^2}{J}. \quad (11)$$

El sistema controlado por puertos de tercer orden que modela el motor DC de escobillas, en

términos de las variables  $\lambda, \theta, p$  viene dado entonces por la ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\theta} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -r_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_\lambda H(x) \\ \nabla_\theta H(x) \\ \nabla_p H(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (12)$$

la cual tiene la forma (7) con las matrices  $\mathfrak{S}$ ,  $\mathfrak{R}$  y  $g$  definidas como:

$$\mathfrak{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathfrak{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_m \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Mientras que la salida y tiene la forma (8), a saber,

$$y = g^T(x) \nabla_x H(x) = \nabla_\lambda H(x) = \frac{1}{L} (\lambda - \tau_L \theta) = i. \quad (13)$$

### 3. Procedimiento de Diseño del Controlador

#### 3.1. Metodología IDA

La metodología de Interconexión y Asignación de Amortiguamiento (IDA), desarrollada en Ortega *et al.* [5] ha sido susceptible de aplicación para la estabilización de sistemas hamiltonianos controlados por puerto. Este método conduce en su desarrollo a un sistema de ecuaciones en derivadas parciales de primer orden que puede ser abordado por el método de las características, pero sin garantía de solución. Sin embargo, para el caso de los sistemas electromecánicos que pueden ser expresados en forma hamiltoniana controlada por puertos, el método se reduce a la solución de un sistema de ecuaciones algebraicas, alcanzando una notable simplificación del procedimiento [6].

Dado que el problema que se plantea es el de la regulación de la posición mecánica a una posición constante  $\theta_* \in \Theta = [-\pi, \pi]$ , la correspondiente velocidad en el punto crítico sabemos que debe ser 0, es decir,  $p = 0$ , y por lo tanto el punto de equilibrio tiene la forma  $x_* = [\lambda_*, \theta_*, 0]^T$  donde  $\lambda_* = L(\theta_*)i_* + \mu(\theta_*)$ , e  $i_*$  son las soluciones del par de ecuaciones (3) y (5).

La idea clave es modificar la función de energía total en la forma:

$$H_d(x) = \frac{1}{2} [\lambda - \mu_d(\theta, p)]^T L(\theta)^{-1} [\lambda - \mu_d(\theta, p)] + V_d(\theta) + \frac{1}{2} \frac{p^2}{J}, \tag{14}$$

donde  $\mu_d(\theta, p)$  se fija de modo que  $\lambda_* = \mu_d(\theta, p)$ . De esta forma el punto de equilibrio coincide con el extremo de  $V_d(\theta)$ , y sólo será necesario seleccionar una función potencial con un mínimo aislado en  $\theta_*$ .

Para asignar la función de energía deseada y mantener en lazo cerrado la estructura de sistema hamiltoniano controlado por puertos, se propone modificar las estructuras originales de interconexión y amortiguamiento de la manera siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\theta} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R & \alpha(x) & \beta(x) \\ -\alpha(x) & 0 & 1 \\ -\beta(x) & -1 & -r_a(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_\lambda H_d \\ \nabla_\theta H_d \\ \nabla_p H_d \end{bmatrix}, \tag{15}$$

donde  $\alpha(x)$  y  $\beta(x)$  son funciones que resuelven la ecuación matricial anterior, mientras que  $r_a(p) > 0$  y  $V_d(\theta)$  son asignadas convenientemente.

Siguiendo la demostración de la Proposición 1 de [6], puede demostrarse que igualando las primeras  $n_e$  filas de la dinámica deseada (15) con las filas correspondientes de la dinámica original (7), podemos obtener la ley de control:

$$u = Ri_d - \alpha \left\{ \frac{1}{2} [i^T \nabla_\theta L(\theta) i - i_d^T \nabla_\theta L(\theta) i_d] + (i - i_d)^T [L(\theta) \nabla_\theta i_d + \nabla_\theta \mu(\theta)] - \nabla_\theta V_d(\theta) \right\} + \beta \left[ \frac{p}{J} - (i - i_d)^T L(\theta) \nabla_p i_d \right], \tag{16}$$

donde se han usado las definiciones

$$i_d := L(\theta)^{-1} [\mu_d(\theta, p) - \mu(\theta)] \tag{17}$$

$$\alpha(x) = -L(\theta) \nabla_p i_d, \quad \beta(x) = L(\theta) [\nabla_\theta i_d + r_a(p) \nabla_p i_d], \tag{18}$$

La función de energía modificada  $H_d$  propuesta resulta ser una función de Lyapunov para el sistema en lazo cerrado, con punto de equilibrio asintóticamente estable  $x_* = [\lambda_*, \theta_*, 0]$ . Bajo

estas condiciones, denotando  $T := [\tau_m, \tau_M] \subset \mathfrak{R}$  el intervalo admisible de torques, la dinámica original (15) en lazo cerrado con (19) coincide con la dinámica deseada en el dominio  $D$  siguiente:

$$D := \left\{ (\lambda, \theta, p) \in \mathfrak{R}^{n_e} \mid \nabla_\theta V(\theta) - \nabla_\theta V_d(\theta) + \left[ r_m - r_a(p) \right] \frac{p}{J} \in T \right\}. \tag{19}$$

### 3.2. Diseño del controlador

Escojamos como valores adecuados para las funciones  $V_d(\theta)$  y  $r_a(p)$  los siguientes:

$$V_d(\theta) = k_p \frac{(\theta - \theta^*)^2}{\sqrt{1 + (\theta - \theta^*)^2}}, \quad k_p > 0,$$

$$r_a(p) := r_{a_1} + r_{a_2} \frac{p^2}{1 + p^2}, \quad r_{a_1}, r_{a_2} > 0$$

La ecuación algebraica que satisface la variable  $i_d$  es:

$$\frac{1}{2} i_d^T \nabla_\theta L(\theta) i_d + i_d^T \nabla_\theta \mu(\theta) + \nabla_\theta V_d(\theta) - \nabla_\theta V(\theta) - \left[ r_m - r_a(p) \right] \frac{p}{J} = 0. \tag{20}$$

Para el motor DC de escobillas la ecuación (20) se reduce a:

$$i_d^T \tau_L + k_p \frac{\tilde{\theta}(2 + \tilde{\theta}^2)}{\sqrt{(1 + \tilde{\theta}^2)^3}} - N_0 \sin(\theta) - \left[ r_m - r_{a_1} - r_{a_2} \frac{p^2}{1 + p^2} \right] \frac{p}{J} = 0, \tag{21}$$

donde se ha denotado  $\tilde{\theta} = \theta - \theta_*$ , y de donde se obtiene:

$$i_d = \frac{1}{\tau_L} \left\{ N_0 \sin(\theta) + \left[ r_m - r_{a_1} - r_{a_2} \left( \frac{p^2}{1 + p^2} \right) \right] \frac{p}{J} \right\} - K_p \tilde{\theta} \frac{(2 + \tilde{\theta}^2)}{\sqrt{(1 + \tilde{\theta}^2)^3}}. \tag{22}$$

Los valores de  $\alpha(x)$  y  $\beta(x)$  son:

$$\alpha = \frac{-L}{\tau_L J} \left\{ (r_m - r_{a_1}) - r_{a_2} \frac{p^2(3 + p^2)}{(1 + p^2)^2} \right\} \tag{23}$$



$$\beta(x) = \frac{L}{\tau_L} \left[ N_0 \cos(\theta) + K_p \frac{\tilde{\theta}^2 - 2}{\sqrt{(1 + \tilde{\theta}^2)^5}} \right] + \frac{L}{\tau_L J} \left[ (r_m - r_{a_1}) - r_{a_2} \frac{p^2}{(1 + p^2)^2} (3 + p^2) \right] \times \left[ r_{a_1} + r_{a_2} \frac{p^2}{1 + p^2} \right]. \quad (24)$$

Finalmente, puesto que  $\nabla_{\theta} L(\theta) = 0$ , el controlador  $u$  se obtiene como:

$$u = Ri - \alpha(i - i_d) \left[ \frac{L}{\tau} \left( N_0 \cos(\theta) + \tau_L + K_p \left[ \frac{-2 + \tilde{\theta}^2}{\sqrt{(1 + \tilde{\theta}^2)^5}} \right] - K_p \tilde{\theta} \left[ \frac{-2 + \tilde{\theta}^2}{\sqrt{(1 + \tilde{\theta}^2)^3}} \right] \right) + \beta \left[ \frac{p}{J} - (i - i_d) L \frac{1}{\tau} \left( r_m - r_{a_1} - r_{a_2} \left( \frac{p^2(3 + p^2)}{(1 + p^2)^2} \right) \right) \right] \right]. \quad (25)$$

#### 4. Simulaciones

Se efectuaron simulaciones usando la plataforma Matlab 6.0, en base a los parámetros siguientes [1]:

$$J = 1,625 \times 10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{rad}}, \quad R = 5,0 \Omega$$

$$\tau_L = K_B = 0,90 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}},$$

$$r_m = 16,25 \times 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rad}}$$

$K_p$ ,  $r_{a_1}$  y  $r_{a_2}$  son parámetros libres.

La Figura 1 muestra el comportamiento de las variables de estado  $x$  y del controlador  $u$  para condiciones iniciales bastante próximas al punto de equilibrio, el cual se eligió tomando como posición de referencia  $q_r = \frac{\pi}{2}$  y se observa la convergencia de las mismas hacia el punto de equilibrio.

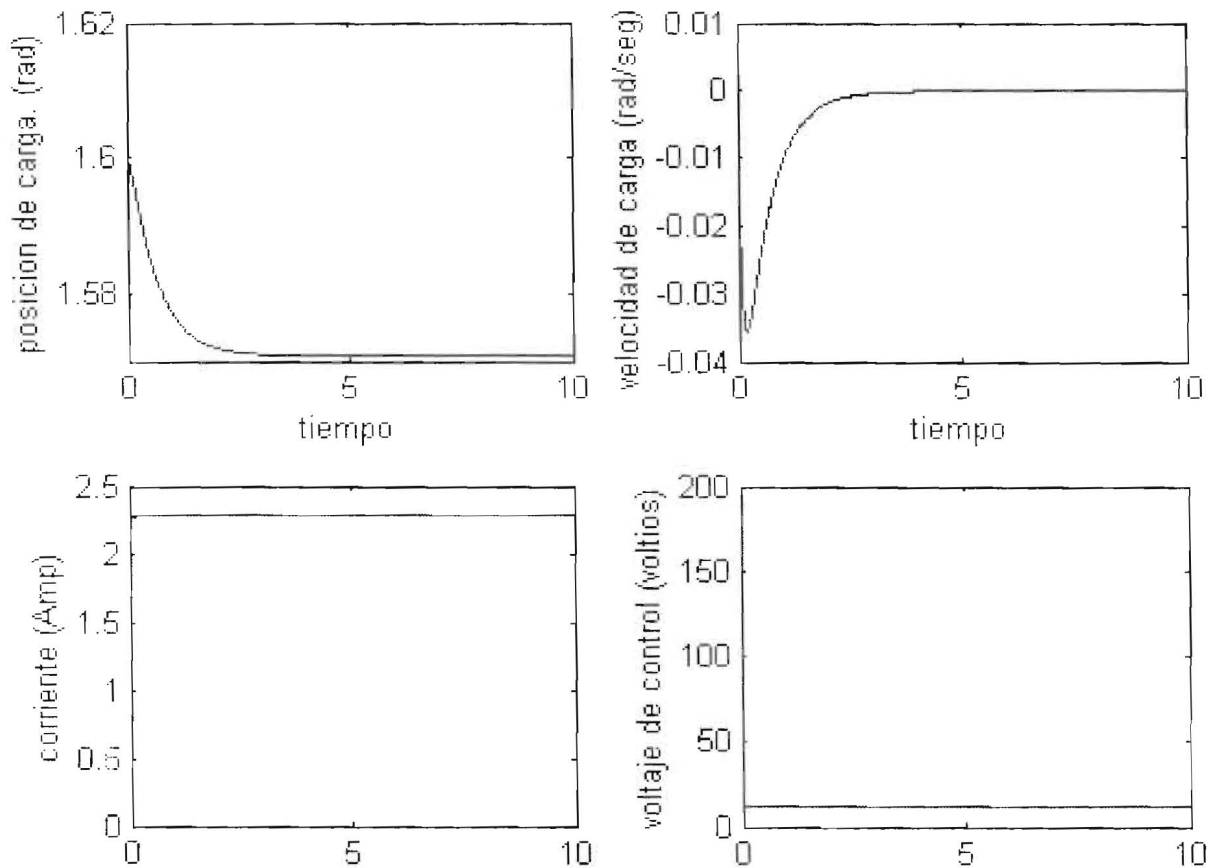


Figura 1. Regulación de un motor DC de escobillas.

Para la Figura 2 se seleccionaron condiciones iniciales bastante alejadas del punto de equilibrio, sin embargo igualmente el controlador cumple su tarea, lo cual demuestra que el dominio de atracción del punto de equilibrio es aceptablemente grande.

En la Figura 3 se introdujeron variaciones en los parámetros del motor, es decir, en la inductancia  $L$ , la resistencia  $R$ , y la constante  $J$ , de un 20%, no obstante el controlador mantiene su desempeño, lo cual demuestra una robustez aceptable ante la incertidumbre paramétrica.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se aplicaron los principios de conversión de energía para obtener el modelo de un motor DC de escobillas lo cual facilitó expresarlo en forma de sistema hamiltoniano controlada por puertos. La aplicación de la metodología IDA, adaptada al caso de sistemas electromecánicos, permitió sintetizar una ley de control  $u$ , que logra estabilizar el sistema en torno al

punto de equilibrio deseado. En general, la metodología IDA conduce a un sistema de ecuaciones en derivadas parciales que puede ser bastante difícil de resolver, pero en el caso de los sistemas que nos ocupan, el sistema de ecuaciones en derivadas parciales degenera en un sistema de ecuaciones algebraicas, mucho más fácil de manipular. Se realizaron simulaciones, para distintas condiciones iniciales, que demuestran la convergencia de las variables de estado hacia la posición de equilibrio de manera muy satisfactoria, con un esfuerzo de control dentro de límites suficientemente acotados, así como un dominio de atracción de tamaño aceptable. También se efectuaron simulaciones introduciendo una variación de 20% en el valor de los parámetros del modelo, obteniéndose una respuesta de significativa robustez.

El análisis llevado a cabo se basa en el supuesto del conocimiento de los parámetros y en la mensurabilidad de todos los estados. Como sabemos, en la práctica, estas hipótesis no son realistas, sin embargo el esquema de control desa-

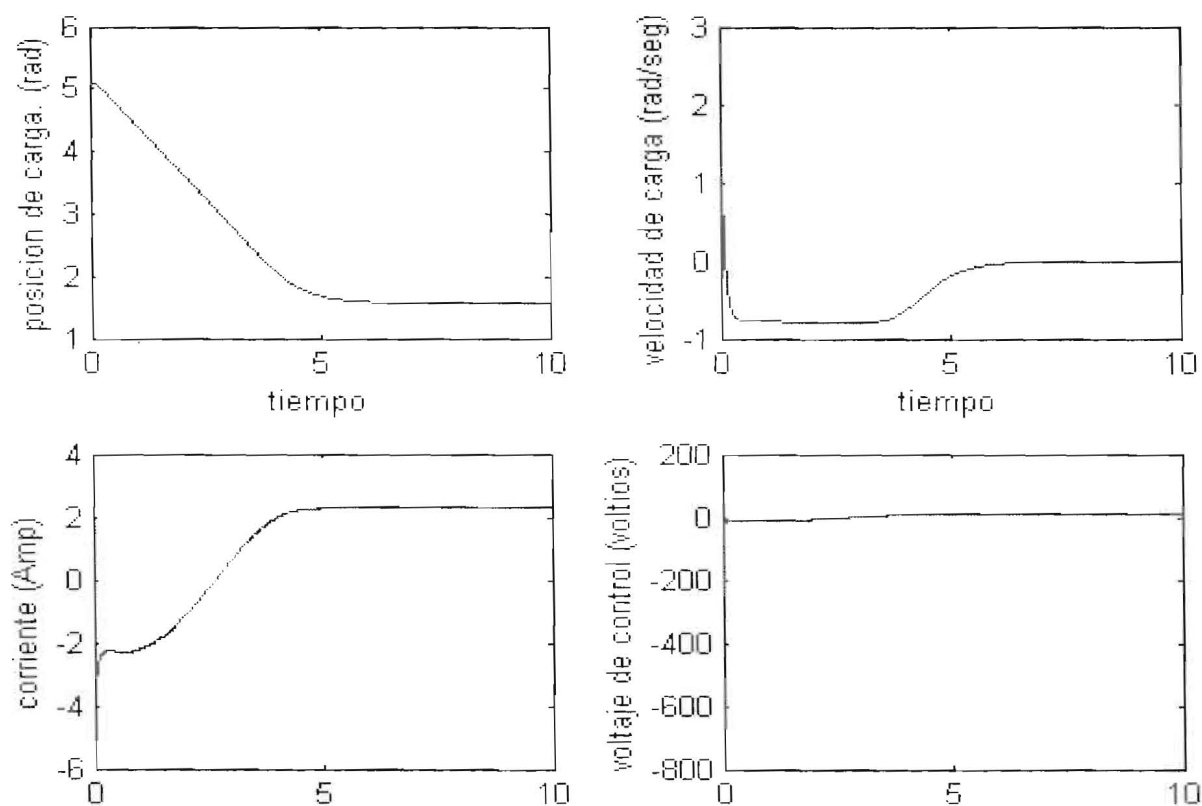


Figura 2. Regulación del motor DC de escobillas con variación en las condiciones iniciales.

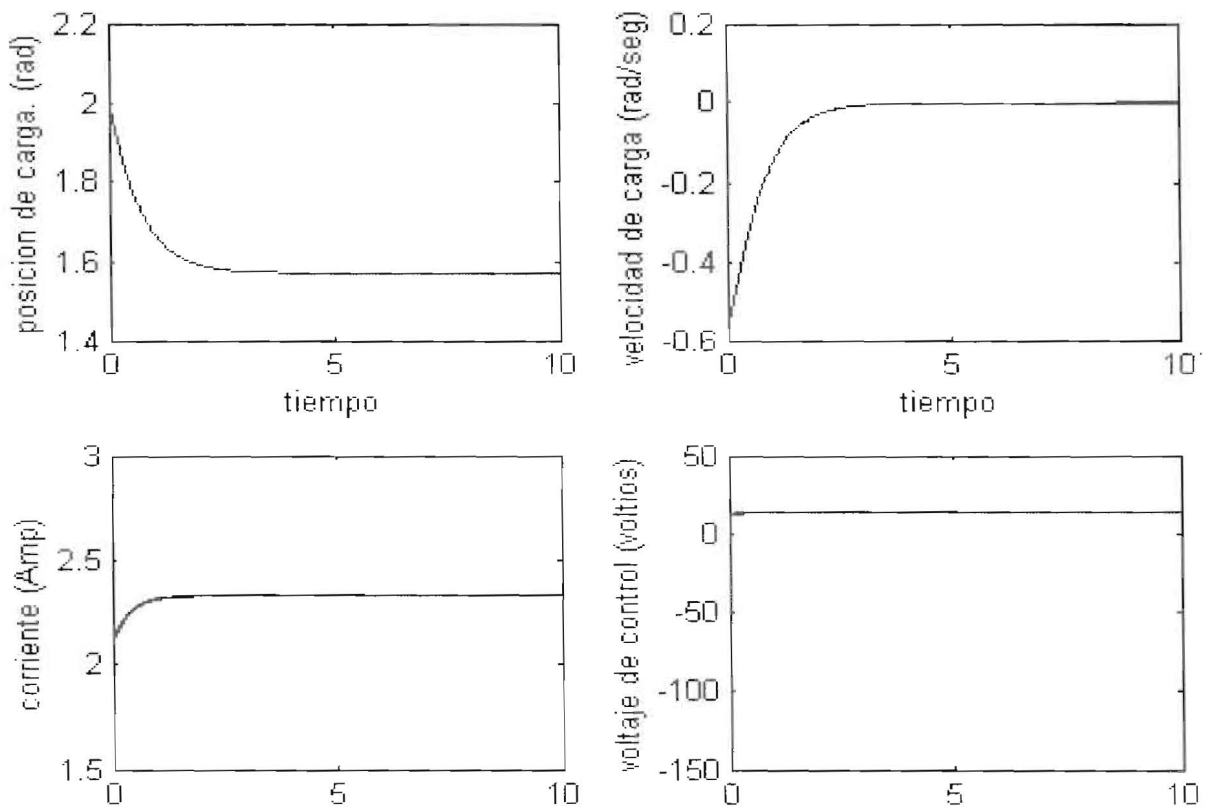


Figura 3. Regulación del motor DC de escobillas con variación en los parámetros del motor.

rollado en estas condiciones sirve de base para el diseño de estrategias de control basadas en el conocimiento parcial de los estados, como se demuestra en resultados ya obtenidos por los autores que se presentarán en futuras publicaciones.

### Referencias Bibliográficas

1. Dawson, D.M., J. Hu and T.C. Burg: *Nonlinear Control of Electric Machinery*. Marcel Dekker INC, New York, 1998.
2. Acosta, V y Ríos, M.: "Control forwarding de un motor DC de escobillas" IV Congreso Venezolano de Automatización y Control, Mérida, 2003. Versión en CD.
3. Maschke, B., Ortega, R, and van der Schaft, A.J.: "Modelling and control of physical systems: an approach based on energy and interconnection" Proc. 14<sup>th</sup> Int. Symp. on Math Theory of Network and Systems, MTNS 2000, Perpignan, France, June 19-23, 2000
4. van der Schaft, A.J: *L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer Verlag, 2<sup>nd</sup> edition, 2000.
5. Ortega, R., van der Schaft, A.J, Maschke, B., Escobar, G.: "Interconnection and damping assignment passivity- based control of port-controlled Hamiltonian systems". *Automatica* 38, pp 585-596, 2002.
6. Rodríguez, H. y Ortega, R.: "Stabilization of electromechanical systems via interconnection and damping assignment". *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 13, pp. 1095-1111, 2003.
7. Meisel, J: *Principles of Electromechanical Energy Conversion*. McGraw-Hill, New York, 1969.

Recibido el 29 de Noviembre de 2004  
En forma revisada el 29 de Mayo de 2005