

## The effect of the choice of turbulence model on the simulation of fluid flow on a centrifugal separator

**Alejandro Colman, José Rincón, Carlos Araujo, Gilberto Materano y Miguel Reyes\***

*Laboratorio de Simulación Computacional, Departamento de Energía, Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia.*

*Maracaibo, Venezuela. Tele-Fax: 58-261-7598794*

*E-mail: acolman@luz.edu.ve, jorinconm@luz.edu.ve*

*\* Universidad Simón Bolívar, Sartenejas, Venezuela*

### Abstract

The selection of an appropriate turbulence model is a critical step in the set up of a fluid flow simulation, as it is expected that this choice will have a significant impact on the validity of the results. In this work, we study the impact of the choice of a turbulence model, as part of a study of the behavior of air-water two-phase flow in a cylindrical cyclone separator using the finite volume method (FVM). The study was conducted with a commercial CFD code to simulate single-phase flow of water in the cyclone separator, using the standard Kappa-Epsilon ( $\kappa$ - $\epsilon$ ), Renormalization-Group Kappa-Epsilon (RNG) and Reynolds Stress (RS) models with both low-order and high-order interpolation. Simulation results were compared with experimental data of angular velocities and flow rates at different heights in the separator. The results show that the RNG and RS models with high order interpolation agree satisfactorily with the experimental data, while  $\kappa$ - $\epsilon$  and low-order RNG model are able to capture the trends of the experimental data but fail to match the observed values.

**Key words:** Turbulence models, centrifugal separator,  $\kappa$ - $\epsilon$  model, Renormalization Group, Reynolds stress.

## Influencia del modelo de turbulencia en la simulación de un separador centrífugo

### Resumen

La selección de un modelo de turbulencia adecuado en la simulación de flujo de fluidos, es una interrogante frecuente en el campo del modelado computacional. Esta inquietud llevó a desarrollar este trabajo como parte de un estudio del comportamiento del flujo bifásico agua-aire en un separador centrífugo GLCC (Gas-Liquid Cylindrical Cyclone), utilizando el método del Volumen Finito. El estudio de los modelos de turbulencia se llevó a cabo, por medio de simulaciones hechas con un programa comercial, considerando flujo monofásico (Agua) en un separador centrífugo. Entre los modelos considerados están Kappa-Epsilon Estándar, Grupo Renormalizado Kappa-Epsilon (RNG) y Reynolds Stress con esquemas de interpolación de alto y bajo orden, comparándose los resultados con datos experimentales en términos de la velocidad angular medida a diferentes alturas del separador considerando diferentes caudales. Los resultados obtenidos permiten constatar que los modelos de turbulencia RNG y Reynolds Stress con esquemas de alto orden concuerdan satisfactoriamente con los datos experimentales, por el contrario, los

modelos k- $\epsilon$  y RNG con bajo orden presentan tendencias similares a las curvas experimentales pero difieren considerablemente en la magnitud de sus valores.

**Palabras clave:** Modelos de turbulencia, separador centrífugo, modelo kappa-epsilon estándar, grupo renormalizado kappa-epsilon, Reynolds stress.

## Introducción

Una situación que comúnmente se encuentra en la industria petrolera y petroquímica es el transporte simultáneo de varios fluidos o fases de un mismo fluido, que en general es denominado flujo multifásico. La operación bajo esta condición de flujo puede afectar el desempeño de equipos originalmente diseñados para manejar una sola fase o fluido. Esto ha promovido el desarrollo de dispositivos que permitan la separación de cada una de las fases o fluidos, de forma eficiente y segura.

Una de las estrategias que se sigue para la separación de flujos multifásicos gas líquido es el uso de separadores ciclónicos gas-líquido, GLCC<sup>®</sup> (Gas-Liquid Cylindrical Cyclone) [1], en los cuales el efecto de giro inducido por la entrada tangencial del fluido, genera fuerzas centrífugas que obligan a la fase más densa (fase líquida) a moverse hacia las paredes, mientras que la fase más ligera (fase gaseosa) se mueve hacia el centro del vórtice lográndose la separación.

Una estrategia bastante común para la evaluación del funcionamiento de separadores ciclónicos, es el uso de modelos computacionales capaces de reproducir el comportamiento turbulento que exhibe el flujo en el interior de estos dispositivos. Estos modelos pueden ser calibrados a través de resultados experimentales, obtenidos bajo condiciones controladas.

No obstante, al abordar la simulación computacional del comportamiento hidrodinámico del flujo multifásico, una duda que comúnmente se presenta es la selección del modelo de turbulencia más apropiado para las particularidades de este flujo.

En este trabajo se compara datos experimentales obtenidos por Reyes y otros [2] en un separador ciclónico monofásico, con la respuesta obtenida de un simulador computacional de última generación basado en el método del volumen

finito [3], considerando tres modelos de turbulencia diferentes.

Los tres modelos de turbulencia evaluados fueron:  $\kappa$ - $\epsilon$  (Kappa Epsilon estándar), RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  (Grupo renormalizado Kappa Epsilon) y el RSM (Modelo de esfuerzos de Reynolds).

El modelo isotrópico  $\kappa$ - $\epsilon$  considera que el flujo es totalmente turbulento, y puede ser calculado en función de la energía cinética turbulenta  $\kappa$  y su tasa de disipación viscosa  $\epsilon$ . El modelo RNG incorpora los efectos de giro, lo que permite adaptarse mejor a la características del flujo analizado, su deducción está basada en técnicas estadísticas muy rigurosas llamada teoría de normalización [4]. El uso del modelo de esfuerzos de Reynolds RSM conlleva a la resolución simultánea de las ecuaciones de Navier Stokes, las ecuaciones de los Esfuerzos de Reynolds y una ecuación para la tasa de disipación, tomando en cuenta así la anisotropía del problema.

El objetivo final de esta investigación es seleccionar modelo de turbulencia que ofrezca una respuesta ajustada el comportamiento experimental con el menor costo computacional posible, a fin de extender su aplicación a casos bifásicos usando esquemas de interpolación de primer y segundo orden aguas arriba para el tratamiento de la convección.

## Metodología

### Modelo matemático

Una forma de modelar la turbulencia es aplicar el método RANS (Reynolds Average Navier-Stokes), el cual consiste en sustituir las velocidades de las ecuaciones de Navier-Stokes por una velocidad instantánea, la cual es la suma de la velocidad media en el tiempo y la componente de velocidad fluctuante, e integrarlas sobre un intervalo de tiempo mayor que el tiempo característico de la turbulencia [5]. Bajo esta condición la ecuación de Navier Stokes es

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right] = \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} + \bar{F}_x - \rho \left[ \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z} \right]. \quad (1)$$

Como se puede observar, ya no sólo se debe calcular las incógnitas de la ecuación de transporte, sino también, los términos extras o esfuerzos de Reynolds, surgiendo así dos tendencias que buscan dar solución a las ecuaciones del método RANS.

Estas dos tendencias consisten en resolver los esfuerzos de Reynolds por medio de ecuaciones de transporte extras y/o por la aproximación de Boussinesq y los modelos de turbulencia que a partir de ella han sido creados.

### El modelo $\kappa$ - $\epsilon$ (Kappa-Epsilon estándar)

El modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  Kappa-Epsilon estándar es un modelo en el cual los esfuerzos de Reynolds son aproximados a la tasa promedio de deformación, como se muestra a continuación:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_1 \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (2)$$

Este modelo resuelve dos ecuaciones de transporte separadas permitiendo determinar la energía cinética de turbulencia ( $\kappa$ ) y la disipación viscosa ( $\epsilon$ ) independientemente [6], bajo la suposición de que el flujo es totalmente turbulento.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\kappa) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\kappa u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + G_\kappa + G_b + \rho\epsilon - YM + S_\kappa. \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{\kappa} (G_\kappa + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{\kappa} + S_\epsilon. \quad (4)$$

donde:  $G_\kappa$  representa la generación de energía cinética de turbulencia producto del promedio de gradientes de velocidades,  $G_b$  representa la generación de energía cinética producto a la flotación,  $YM$  representa la contribución producto a la tasa de disipación,  $C_{1\epsilon}$ ,  $C_{2\epsilon}$ ,  $C_{3\epsilon}$  son constantes,  $\sigma_\kappa$  y  $\sigma_\epsilon$  son los números de Prandtl turbulento para  $\kappa$  y  $\epsilon$ ,

$S_\kappa$  y  $S_\epsilon$  son términos fuentes. El modelado de la viscosidad de turbulencia  $\mu_T$  es estimada combinando  $\kappa$  y  $\epsilon$  tal como se muestra:

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon}. \quad (5)$$

### El modelo RNG $\kappa$ - $\epsilon$ (Grupo Renormalizado Kappa-Epsilon)

El modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ , se sustenta en una técnica estadística llamada Teoría de Normalización de grupo [4, 7].

El modelo RNG tiene términos adicionales en la ecuación  $\epsilon$  de disipación turbulenta, que incorpora los efectos de giro o remolinos, razón por la cual es apropiado para fluidos con este tipo de patrón de movimiento.

Las ecuaciones de transporte para el modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  son muy similares que las ecuaciones para el modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  estándar:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\kappa) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\kappa u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_\kappa \mu_{eff} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + G_\kappa + G_b + \rho\epsilon - YM + S_\kappa. \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_\epsilon \mu_{eff} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{\kappa} (G_\kappa + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{\kappa} - R_\epsilon + S_\epsilon. \quad (7)$$

donde:  $\alpha_\kappa$  y  $\alpha_\epsilon$  representan el inverso del número de Prandtl efectivo para  $\kappa$  y  $\epsilon$  respectivamente. En estas ecuaciones, el efecto de rotación de un fluido es incluido con una modificación de la viscosidad turbulenta tradicional, de la siguiente manera:

$$\mu_T = \mu_{T0} f \left( \alpha_S, \Omega, \frac{\kappa}{\epsilon} \right). \quad (8)$$

donde:  $\mu_{T0}$  representa la viscosidad turbulenta calculada sin efecto de giro,  $\Omega$  es un número característico evaluado internamente para el efecto de giro y  $\alpha_S$  es una constante que toma diferentes valores dependiendo de si el fluido es dominado o no completamente por efectos de rotación.

La principal diferencia entre el modelo RNG y el  $\kappa$ - $\epsilon$  estándar, se encuentra en el término adi-

cional  $R_\tau$  en la ecuación de disipación turbulenta, el cual incluye valores constantes obtenidos experimentalmente que hacen al modelo RNG más sensible a los efectos de altas deformaciones y curvaturas de las líneas de corrientes que el modelo  $\kappa\text{-}\varepsilon$  estándar, lo que explica su mejor desempeño en ciertos tipos de problemas que presentan alto giro.

### El modelo RSM (Reynolds Stress)

El modelo de los esfuerzos de Reynolds es anisotrópico, es decir, que las tasas de deformación no son iguales en todas las direcciones. Por lo tanto, para un flujo incompresible se cumple que:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \neq \mu_1 \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

Es digno de mención, que este modelo requiere resolver en conjunto las ecuaciones RANS (Reynolds Average Navier-Stokes), las ecuaciones de transporte para los esfuerzos de Reynolds, y una ecuación para la tasa de disipación. En este sentido, para el caso tridimensional, la solución se alcanza mediante el uso de siete ecuaciones de transporte.

Los esfuerzos de Reynolds son expresados como:

$$R_{ij} = -\tau_{ij} / \rho = \overline{u'_i u'_j} \quad (10)$$

Y la ecuación de transporte para los esfuerzos de Reynolds  $R_{ij}$ , puede ser escrita como:

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = P_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} + \Pi_{ij} + \Omega_{ij} \quad (11)$$

donde:  $P_{ij}$  representa la tasa de producción de esfuerzos,  $D_{ij}$  representa el transporte de  $R_{ij}$  producto a la difusión,  $\varepsilon_{ij}$  representa la tasa de disipación,  $\Pi_{ij}$  es el término de esfuerzos producto a la presión,  $\Omega_{ij}$  es el término rotacional,  $\frac{DR_{ij}}{Dt}$  representa la tasa de cambio de los Esfuerzos de Reynolds.

Este modelo suele ser aplicado a problemas con geometrías y flujos complejos, no obstante, su principal desventaja es el elevado costo computacional producto de resolver ecuaciones adi-

cionales de transporte para estimar los esfuerzos de Reynolds [7].

### Modelo computacional

El equipo analizado en este trabajo es un separador centrífugo gas-líquido (GLCC<sup>®</sup>), con las dimensiones que se muestra en la Figura 1 [8].

Debido a la configuración del separador, no es posible simplificar el análisis a una situación axisimétrica. En cuanto al dominio de cálculo, éste fue discretizado con tres mallas diferentes, todas tridimensionales y no estructuradas, en las cuales fue incrementado progresivamente el número de celdas. La primera fue de 32340 celdas, la segunda de 41872 celdas y la última de 66354 celdas. Del análisis comparativo de los resultados obtenidos en los puntos del dominio donde se dispone de información experimental, se observó que los resultados llegaron a ser independientes del número de celdas para el segundo y tercer caso, con una diferencia máxima porcentual del 3%, por lo tanto, la segunda malla fue elegida para evitar un excesivo costo computacional.

En cuanto a la convergencia, el residuo máximo adimensional normalizado de todas las ecuaciones de conservación resueltas fue menor a  $10^{-6}$ . La Figura 2 muestra una vista de la malla en donde destaca la sección de la entrada del flujo másico.

Los resultados del campo de flujo corresponden a estado estacionario, en donde el flujo presenta una sola fase (agua). Para el análisis se tomaron 3 puntos a operación, los cuales corresponden a un caudal de entrada de:  $7.85E^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $1.57E^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y  $2.33E^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  [2], y se consideró la presión atmosférica como 101325 Pa.

Este estudio considera el efecto del esquema de interpolación en los resultados obtenidos para los distintos modelos de turbulencia empleados. Se utilizó esquemas de interpolación de bajo y alto orden, aguas arriba, para el tratamiento de los términos convectivos, y para el acoplamiento de las ecuaciones se usó el algoritmo SIMPLE [7].

### Análisis de los Resultados

En las Figuras 3, 4 y 5 se muestran el comportamiento del flujo en función de la velocidad

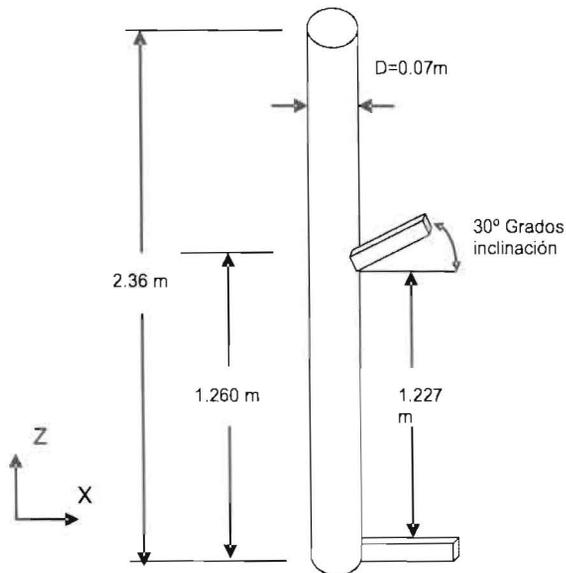


Figura 1. Estructura del separador centrífugo.

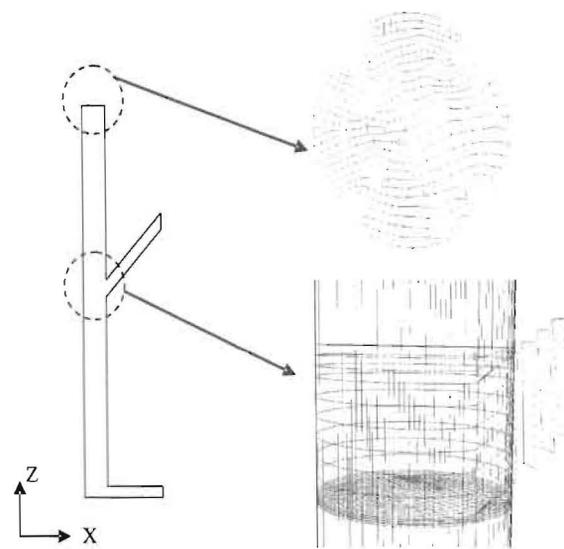


Figura 2. Vista de la malla no estructurada en la zona de entrada y el tope del separador.

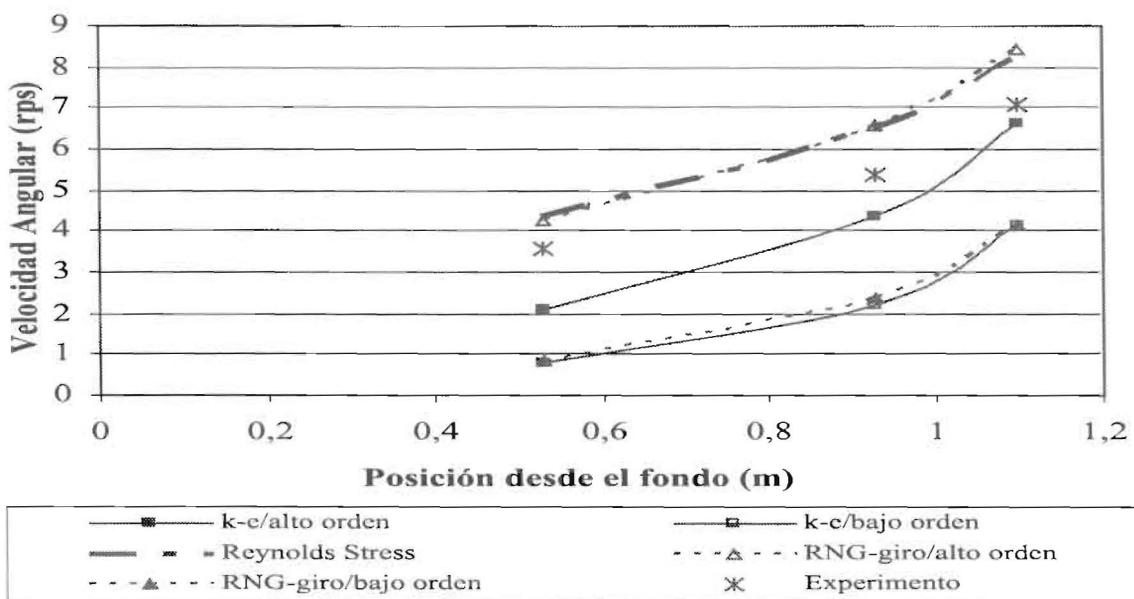


Figura 3. Velocidad angular vs. Posición en (z) para un caudal de  $7.85 \text{ E}^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

angular para diferentes alturas en Z, variando los caudales y aplicando varios modelos de turbulencia y diferentes esquemas de interpolación para la convección.

En las gráficas se observa que con el máximo caudal de líquido que entra al separador, el modelo  $\kappa\text{-}\epsilon$  estándar muestra un comportamiento muy alejado al obtenido con la data experi-

mental, por el contrario, los valores más cercanos se alcanzan con los modelos RNG  $\kappa\text{-}\epsilon$  y el modelo RSM (Reynolds Stress). Este comportamiento es el esperado, debido a las altas tasas de deformación que se presentan con el aumento del caudal producto al incremento de las velocidades y por consiguiente el aumento de los remolinos dentro del separador.

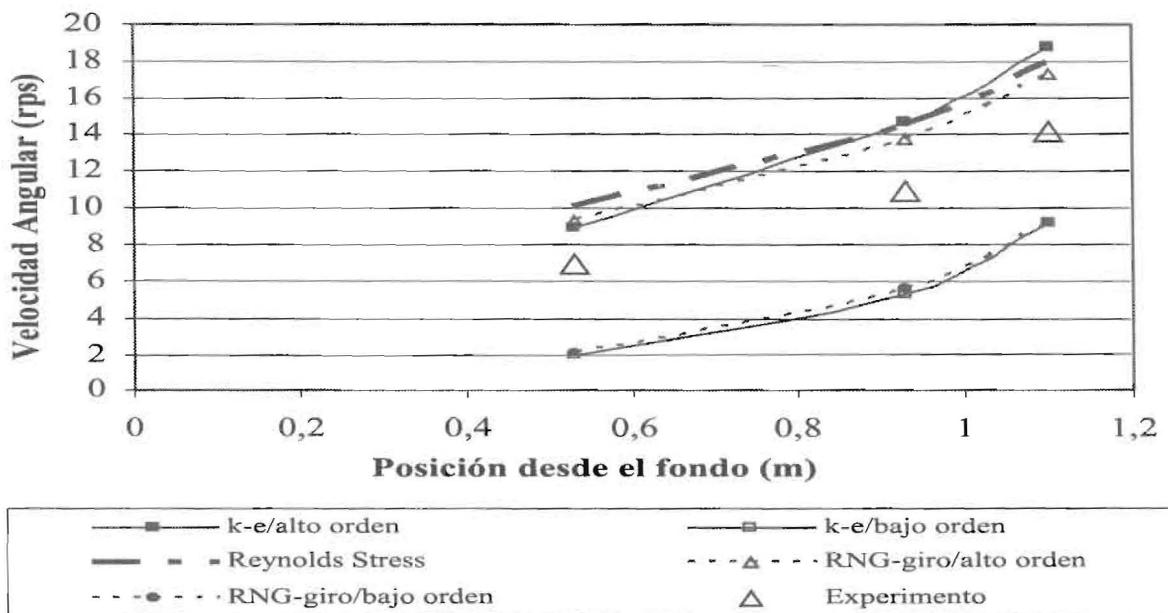


Figura 4. Velocidad angular vs. Posición en (z) para un caudal de  $1.57 \text{ E}^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

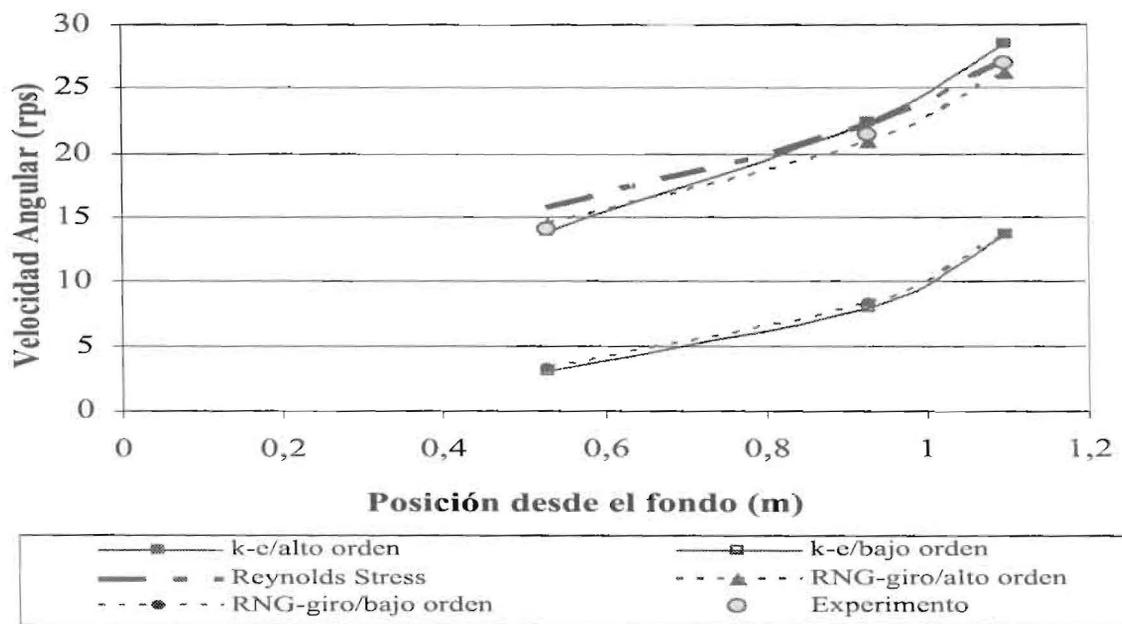


Figura 5. Velocidad angular vs. Posición en (z) para un caudal de  $2.33 \text{ E}^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Es necesario acotar que hubo problemas de convergencia a la hora de implementar RSM (Reynolds Stress) con esquema de interpolación de alto orden para la convección, lo cual en principio puede ser atribuido a que los esquemas de alto orden son susceptibles a oscilaciones si un mecanismo de acotamiento no es apropiadamente incorporado en el esquema, pero se desconoce los

detalles internos del programa utilizado, en este sentido, para el máximo caudal  $2.33 \text{ E}^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y el modelo RNG  $\kappa\text{-}\epsilon$  con el uso de esquemas de alto orden para los término convectivos, conducen a un error relativo porcentual máximo de 3.14% respecto a la data experimental, pero el modelo RSM (Reynolds Stress) con esquemas de interpolación de bajo orden el error es sólo de 0.78%.

Tabla 1  
Tiempos estimados por iteración  
para los Modelos de Turbulencia

Modelo de Turbulencia	Tiempo estimado por iteración en segundos
$\kappa$ - $\epsilon$ (Kappa-Epsilon Estándar)	0.9
RNG $\kappa$ - $\epsilon$	1.1
RSM (Reynolds Stress)	2.4

Sin embargo, al evaluar el costo computacional, el modelo RSM (Reynolds Stress) requiere 800% de iteraciones adicionales respecto al modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ . En términos al tiempo consumido por iteración para cada modelo de turbulencia, usando un computador con microprocesador Pentium 4, de 2.8 GHz y 256 MB de RAM, tal como se muestra en la Tabla 1, se puede constatar que el Modelo RSM (Reynolds Stress) presenta un 118,2% de tiempo requerido adicional por iteración con respecto al Modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ , situación lógica ya que el Modelo RSM resuelve siete ecuaciones de transporte para alcanzar la solución en problemas tridimensionales.

### Conclusiones

Al usar el error relativo porcentual respecto a la data experimental, como un parámetro para comparar el desempeño de los modelos de turbulencia, se observa que el modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  implementado con esquemas de altos orden y el modelo RSM (Reynolds Stress) implementado con esquemas de bajo orden, son los que reproducen los resultados medidos experimentalmente para el máximo caudal de  $2.33 \text{ E}^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  con las desviaciones más bajas, del 3.14% y 0.78% respectivamente. En tal sentido, es apropiada la aplicación de estos métodos de turbulencia en la simulación de Separadores Ciclónicos.

No obstante, en términos del costo computacional, el modelo de RNG con alto orden resulta económico, debido a que alcanza la convergencia con un ahorro del 800% en el número de iteraciones, lo que se traduce en un 118.2% en términos de relación de tiempo porcentual, respecto al mo-

dulo de Esfuerzos de Reynolds con esquemas de bajo orden.

Finalmente, no fue posible la implementación del modelo de Esfuerzos de Reynolds con esquemas de interpolación de alto orden, debido a que presentó problemas de convergencia.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el FONACIT bajo la subvención G-2000001286.

### Referencias Bibliográficas

1. GLCC<sup>®</sup>-Gas Liquid Cylindrical Cyclone-copyright, The University of Tulsa, USA. 1994.
2. Reyes, M., Rojas, L., Colmenares J., Marín J., Meléndez, A. (2004) Eulerian-Eulerian Modeling of Disperse Two-Phase Flow in a Gas-Liquid Cylindrical Cyclone. ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference. July 11-15. Charlotte, North Carolina. USA.
3. Patankar, Suhas V. (1991) Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer. Innovative Research, Inc. USA.
4. Yakhot, V. y Orszag, S.A. (1986) Renormalization Group Analysis of Turbulence: I. Basic Theory. Journal of Scientific Computing, 1(1):1-51.
5. Marval, E y Ramirez, A. (2003) Estudio Comparativo de los Modelos Kappa Epsilon ( $\kappa$ - $\epsilon$ ) en la Simulación de Flujo Turbulento. Trabajo Especial de Grado. Universidad del Zulia. Maracaibo. Venezuela.
6. Launder, B.E. y Spalding, D.B. (1972) Lectures in Mathematical Models of Turbulence. Academic Press, London, England.
7. Versteeg, H.K. y Malalasekera. (1999). An introduction to computational fluid dynamics The finite volume method. Longman Group.
8. Reyes, Miguel. (2004) Comunicación Privada. Universidad Simón Bolívar. Sartenejas. Venezuela.

Recibido el 16 de Mayo de 2005

En forma revisada el 24 de Abril de 2006