

Aspects that affect the shear bands in numerical simulations of strain plane test using finite elements in a hypoplastic constitutive model

Alfonso Mariano Ramos Cañón*, **Arcesio Lizcano Peláez**

Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Carrera 1 N° 18 A 10, Bogotá, Colombia
**am.ramos946@uniandes.edu.co*

Abstract

In conventional geomechanical analysis performed with the Finite Element Method, the orientation of the failure surface or shear band depends on the orientation of the elements. To avoid this undesirable dependence, the analysis in finite elements has been developed based on non conventional continuum media. However, there is not available geomechanical technical literature related with a methodic research upon the factors that influence the shear band formation. This paper presents a systematical study about factors that affect the shear band formation. Simulations of biaxial tests (plain strain) in Karlsruhe sand were undertaken, considering a hypoplastic constitutive model in a Boltzmann continuum. It is concluded that: the shape of the shear band depends on the inclination of the finite elements, the relation stress-strain depends on the mesh, the thickness of the shear band is independent on the number of weak elements but is function of the size of the finite elements and the inclination of the shear band is controlled by the inclination of the elements.

Key words: Shear bands, plain strain test, biaxial, hypoplasticity.

Aspectos que afectan las bandas de corte en simulaciones numéricas con elementos finitos de ensayos de deformación plana con un modelo constitutivo hipoplástico

Resumen

En los análisis geomecánicos convencionales realizados con el Método de Elementos Finitos, las características de la banda de corte son dependientes, entre otros factores, de la orientación de los elementos. Para eludir la dependencia de los resultados con el enmallado se han empleado medios continuos no convencionales. Sin embargo no se encuentra en la literatura técnica en geomecánica un estudio metódico que muestre esta y otras dependencias en la formación de bandas de corte. Este artículo presenta un estudio sistemático de los factores que influyen en la formación de bandas de corte. El estudio se realizó simulando ensayos de deformación plana tipo biaxial en la arena de Karlsruhe, empleando un modelo constitutivo hipoplástico en un continuo de Boltzmann. Se concluye que en un análisis de elementos finitos convencional se tiene que: La forma de la banda de corte depende de la inclinación de los elementos finitos, la relación esfuerzo-deformación dentro de la banda de corte depende del enmallado, el espesor de la banda de corte es independiente del número de elementos débiles pero está en función del tamaño de los elementos y la inclinación de la banda de corte está modulada por la inclinación de los elementos.

Palabras clave: Bandas de corte, ensayos de deformación plana, biaxial, hipoplasticidad.

1. Introducción

La modelación clásica con elementos finitos (EF) usando el continuo de Boltzmann para suelos dificulta la predicción de localización de la deformación y de la banda de corte, debido a que los resultados dependen de la malla empleada [1, 2]. Continuos no convencionales como el de Cosserat [1, 3, 4], no locales [1, 5] y de gradiente superior [6] se han empleado para superar esta dependencia. Estos continuos introducen una longitud característica que permite regularizar el problema; es decir, garantizan que las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema de valor de contorno permanezcan elípticas en el caso estático, o hiperbólicas en el caso dinámico aún en el régimen de ablandamiento por deformación. Cuando las ecuaciones diferenciales pierden su carácter elíptico o hiperbólico, el problema matemático queda mal condicionado (“ill-posed”) [7]. La principal diferencia conceptual entre el continuo de Boltzmann y los continuos no convencionales es que en el primero se aplica el principio de acción local en el sentido de Noll [8], es decir los procesos que suceden en un punto material de un cuerpo dependen únicamente de ese mismo punto material y no de puntos materiales adyacentes al mismo. Muchos de los trabajos mencionados [1, 3-6] establecen las ventajas que tiene usar un continuo no convencional sin presentar o hacer referencia a un estudio sistemático donde se muestre como la localización de la deformación es afectada cuando se emplea el continuo de Boltzmann. Este trabajo presenta un estudio sistemático de los factores que afectan la formación de las bandas de corte empleando el continuo convencional con un modelo hipoplástico. Se simuló ensayos biaxiales tipo Vardoulakis [9, 10] con muestras de arena ya que la configuración del aparato permite la formación “espontánea” de la banda de corte, observada tanto en laboratorio como en simulaciones [11-13].

2. Simulación numérica

Las simulaciones de los ensayos biaxiales tuvieron las siguientes condiciones: (1) elementos triangulares de deformación plana con 3 nodos por elemento. Estos elementos evitan el bloqueo volumétrico en problemas de deformación plana con geometrías relativamente simples [14,

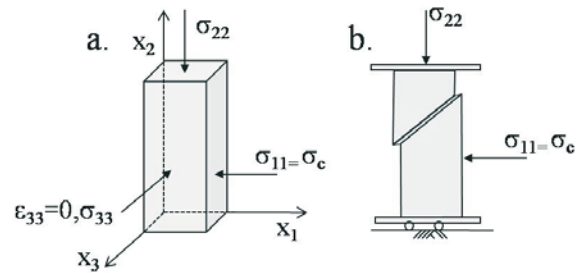


Figura 1. a. Muestra biaxial-Sistema coordenado. b. Mecanismo de falla.

15]. (2) Presión de confinamiento $\sigma_c = \sigma_{11}$ constante (Figura 1a). (3) velocidad de deformación axial $\dot{\epsilon}_{22}$ constante. (4) elementos débiles en la muestra con el fin de inducir la generación de la banda de corte [16]. Elementos débiles son los que tienen una relación de vacíos inicial 10% mayor que la relación de vacíos de los elementos restantes y desarrollan menor resistencia pico y rigidez (5) muestra de 0.04 m de ancho y 0.14 m de alto, (6) El material modelado fue arena de Karlsruhe [17, 18] en ABAQUS®.

2.1. Ensayo de deformación plana tipo biaxial

Estructuras geotécnicas como terraplenes, túneles y taludes generalmente presentan condiciones de deformación plana, por lo que el comportamiento mecánico del material debe estudiarse consecuentemente bajo estas condiciones [4]. Ensayos biaxiales tipo Vardoulakis [9, 10] permite la formación “libre” de la banda de corte favorecida por las condiciones de contorno de la muestra (Figura 1), resaltándose la movilidad de la parte inferior del aparato con coeficiente de rozamiento muy bajo (Figura 1b). Esta condición permite el desplazamiento de dos cuerpos “rígidos” a lado y lado de la banda de corte. Dos placas rígidas generan la condición $\epsilon_{33} = 0$ (Figura 1a). En la dirección 2 se impone deformación ϵ_{22} controlada por el desplazamiento de un cabezal rígido. En la dirección 1 se impone esfuerzo σ_{11} que permanece constante.

2.2. Modelo hipoplástico

La hipoplasticidad describe el comportamiento inelástico de materiales granulares sin el uso de nociones de la elastoplasticidad (superfi-

cie de fluencia, potencial plástico, regla de flujo, ley de endurecimiento). La hipoplasticidad permite la presencia de deformaciones inelásticas desde el comienzo de la carga; no distingue a priori entre deformaciones elásticas y plásticas y contrapuesto a la elastoplasticidad usa una única ecuación para el proceso de carga y descarga [19]. Truesdell en 1955 [20] introdujo la relación constitutiva $\dot{T} = h(T, D)$ (hipoelasticidad) en donde h es una función lineal en T y en D (siendo T los esfuerzos y D la tasa de deformación). Este tipo de ecuación permite obtener relaciones esfuerzo-deformación no lineales que eventualmente alcanzan una zona plana análoga a la fluencia. Sin embargo, la linealidad de la función implica rigideces iguales para carga y descarga produciendo relaciones inapropiadas para describir materiales inelásticos. Partiendo de la formulación de Truesdell, Kolymbas [19] inicia el desarrollo de los modelos constitutivos hipoplásticos. En este trabajo se empleó la hipoplasticidad de Wolffersdorf [17], la cual reproduce el comportamiento mecánico en función de la relación de vacíos (picnotropía) y del estado de esfuerzos (barotropía). Resultados de ensayos oedométricos, compresión-extensión triaxial y biaxial han sido bien reproducidos por esta versión del modelo hipoplástico [17, 21-23].

La ecuación constitutiva hipoplástica en su forma tensorial está dada por

$$\dot{T} = \underline{\underline{L}}:D + \underline{\underline{N}}\|D\| \quad (1)$$

donde \dot{T} es la velocidad de esfuerzos de Zaremba-Jaumann y D es la velocidad de deformación. Los tensores $\underline{\underline{L}}$ (orden 4) y $\underline{\underline{N}}$ (orden 2) son funciones de las variables de estado e (relación de vacíos) y T (tensor de esfuerzos de Cauchy). Los tensores de rigidez $\underline{\underline{L}}$ y $\underline{\underline{N}}$ están dados por:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{L}} &= f_b f_e \frac{1}{(\hat{T}:\hat{T})} (F^2 I + \alpha^2 \hat{T}:\hat{T}) \\ \underline{\underline{N}} &= f_d f_b f_e \frac{\alpha F}{(\hat{T}:\hat{T})} [\hat{T} + \hat{T}^*] \end{aligned} \quad (2)$$

donde I es el tensor unitario (orden 4), $\alpha = \frac{\sqrt{3}(3 - \text{sen } \varphi_c)}{2\sqrt{2} \text{sen } \varphi_c}$, $\hat{T} = \frac{T}{\text{tr}T}$ y $\hat{T}^* = \hat{T} - \frac{1}{3} \mathbf{1}$. φ_c es el ángulo de fricción crítico. El escalar F dependiente de los esfuerzos y derivado del criterio de Matsuoka-Nakai puede expresarse como:

$$F = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cos 3\theta}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \tan \psi \quad (3)$$

donde $\tan \psi = \sqrt{3} \|\hat{T}^*\|$ y $\cos 3\theta = \frac{-\sqrt{6} \text{tr}(\hat{T}^{*3})}{[\text{tr}(\hat{T}^{*2})]^{3/2}}$, f_b ,

f_e (picnotropía) y f_d (barotropía) se definen como:

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha, \quad f_e = \left(\frac{e_c}{e} \right)^\beta$$

$$y \quad f_b = \frac{h_s}{n} \left(\frac{e_{i0}}{e_{c0}} \right)^\beta \frac{1 + e_i}{e_i} \left(\frac{2p}{h_s} \right)^{1-n} \times \left[3 + \alpha^2 - \alpha \sqrt{3} \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right) \right]^{-1}$$

En las expresiones anteriores e_c , e_d y e_i son las relaciones de vacíos para los estados crítico, muy denso y muy suelto, respectivamente. Matemáticamente se describen las relaciones de vacíos límites en función del esfuerzo isotrópico como [24]:

$$\frac{e_i}{e_{i0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \exp \left[- \left(\frac{3p}{h_s} \right)^n \right],$$

donde $p = \frac{1}{3} \text{tr}T$. Los parámetros del modelo son:

dureza granular h_s , ángulo de fricción crítico φ_c , relaciones de vacíos característicos e_{i0} , e_{c0} y e_{d0} y los exponentes n , α y β . Los parámetros de la arena de Karlsruhe fueron obtenidos por [18] siguiendo el procedimiento dado en [23] (Tabla 1).

Tabla 1
Parámetros hipoplásticos de la arena de Karlsruhe

φ_c [°]	h_s [MPa]	n	e_{d0}	e_{c0}	e_{i0}	α	β
30	5800	0.28	0.53	0.84	1.00	0.13	1.03

2.3. Simulaciones realizadas

La Tabla 2 presenta las condiciones consideradas en las simulaciones.

Las condiciones iniciales de las simulaciones son: relación de vacíos inicial $e_0=0,6$; presión de confinamiento 200kPa; 4 elementos débiles. Lo anterior a menos que se indique otros valores explícitamente en la Tabla 2. En la Figura 2 se muestran diferentes cantidades de elementos débiles con diferentes orientaciones de la malla; izquierda: 65° con 4 elementos débiles en la fila 4; centro 54° con 4 elementos débiles en la fila 4 y derecha 45° con 16 elementos débiles en la fila 6. La orientación de la malla se refiere al ángulo que hace la diagonal de los elementos triangulares con la horizontal (Figura 2).

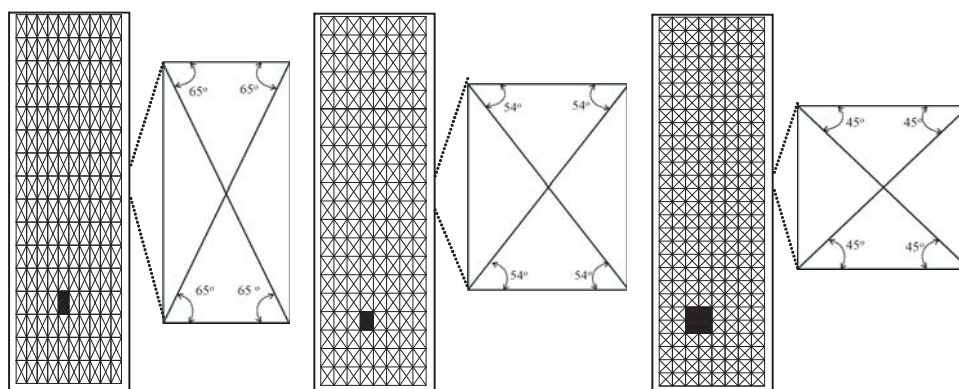


Figura 2. Diferentes inclinaciones de los EF en las mallas usadas en la simulación. Izquierda 65° , centro 54° y derecha 45° .

3. Aspectos estudiados de la banda de corte

Los aspectos que se analizan en este estudio relacionados con la banda de corte son: (1) Forma de la banda de corte, (2) Espesor de la banda de corte, (3) Inclinación de la banda de corte.

3.1. Forma de la banda de corte

La forma de la banda de corte se refiere a si el lugar geométrico donde se presentan las mayores deformaciones por corte es altamente concentrado ("banda de corte perfecta"), es decir si se presenta movimiento de cuerpo rígido de dos cuerpos o si las deformaciones por corte tienen

Tabla 2
Condiciones iniciales consideradas en las simulaciones

Variable	Orientación de la malla		
	Malla 65°	Malla 54°	Malla 45°
Localización elementos débiles	⁽¹⁾ Filas 1 a 9	⁽²⁾ Filas 4 a 9	⁽³⁾ Filas 2 a 28
Cantidad de elementos débiles			⁽⁴⁾ 4 a 16 elementos
Presión de confinamiento	⁽⁵⁾ $\sigma_c=50$ kPa a 700kPa $e_0=0,6$	⁽⁵⁾ $\sigma_c=50$ kPa a 700 kPa $e_0=0,6$	⁽⁵⁾ $\sigma_c=50$ kPa a 700 kPa $e_0=0,6$
Presión de confinamiento	⁽⁵⁾ $\sigma_c=50$ kPa a 700 kPa $e_0=0,7$	⁽⁵⁾ $\sigma_c=50$ kPa a 700 kPa $e_0=0,7$	⁽⁵⁾ $\sigma_c=50$ kPa a 700 kPa $e_0=0,7$
Presión de confinamiento		⁽⁶⁾ $\sigma_c=50$ kPa a 900 kPa $e_0=0,8$	

⁽¹⁾ filas 1, 2,3,4,5,6,7,8,9; ⁽²⁾ filas 4,6,8,9; ⁽³⁾ de la fila 2 a la 28 cada 2 filas; ⁽⁴⁾ 4, 8 y 16 elementos débiles; ⁽⁵⁾ Esfuerzo de confinamiento $\sigma_c = 50, 125, 150, 200, 250, 300, 400, 500$ y 700 kPa; ⁽⁶⁾ Esfuerzo de confinamiento $\sigma_c=50, 200$ y 900 kPa.

gradiente. La Figura 3 muestra la malla deformada para dos inclinaciones de elementos. Ejemplo de “banda de corte perfecta” se presenta incondicionalmente en el enmallado de 54° (independiente de la presión de confinamiento, relación de vacíos inicial, número y ubicación de los elementos débiles). No es posible inducir *la banda de corte perfecta* en los enmallados de 45° y 65° aunque se aumente el número o se modifique la ubicación de los elementos débiles.

La Figura 4 muestra el comportamiento esfuerzo-deformación en elementos dentro y fuera de la banda de corte. Para el enmallado de 54° se presenta un pico que corresponde a la formación de *la banda de corte perfecta*, comportamiento reportado en laboratorio [11]. El fenómeno de ablandamiento por deformación está ligado a cambios volumétricos. Cuando se presenta la banda de corte, se genera un aumento en la relación de vacíos dentro de la misma (Figura 4, derecha). Entre mayor es la relación de vacíos dentro de la banda, el material es más blando y consecuentemente presenta una menor resistencia que se ve reflejada en una caída fuerte en la curva de esfuerzo deformación (Figura 4, izquierda). Después que se presenta la banda de corte, la relación de vacíos en un elemento dentro de la “banda de corte perfecta” aumenta rápidamente y mucho más que en la banda de corte en el enmallado de 65°.

La Figura 5 muestra la deformación axial cuando se presenta la *banda de corte perfecta* con relación al esfuerzo de confinamiento para diferentes relaciones de vacíos. Se observa que

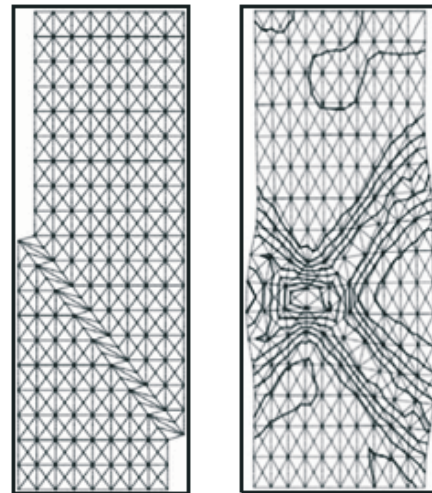


Figura 3. Malla de EF deformada a $\varepsilon_{22}=6\%$, $e_0=0.6$, $\sigma_c=200$ kPa, 4 elementos débiles. Izquierda: Malla con inclinación de los elementos 54° (banda de corte perfecta). Derecha: Malla con inclinación de los elementos 65°.

esta deformación aumenta a medida que aumenta el esfuerzo de confinamiento y para una misma presión de confinamiento, la deformación por corte aumenta a medida que el material es más suelto. Es decir, se necesita mayor energía de deformación para alcanzar la “banda de corte perfecta” cuando el material tiene mayor confinamiento y es inicialmente más suelto. Aun en materiales muy sueltos se presenta la “banda de corte de perfecta”, situación que no concuerda con los experimentos. En la malla inclinada 54° se observó que el tensor que relaciona esfuerzos y

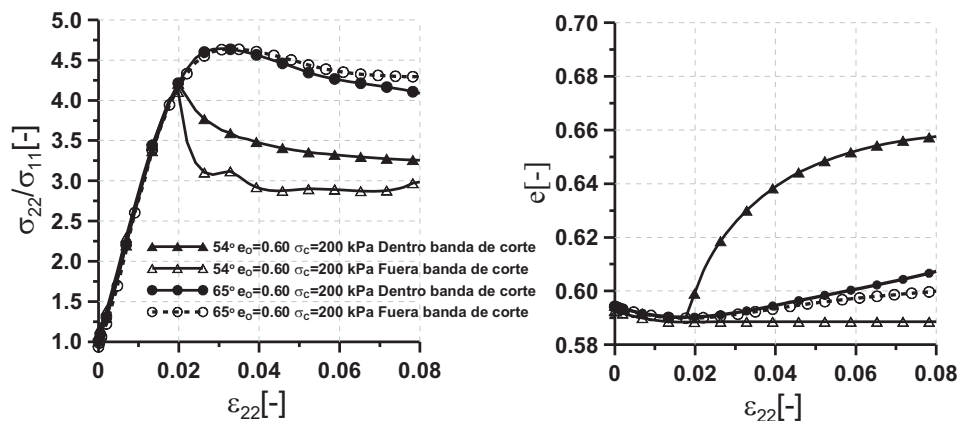


Figura 4. Relación de esfuerzos σ_{22}/σ_{11} y relación de vacíos en función de la deformación axial ε_{22} para mallas inclinadas 54 y 65°. Elemento fuera y dentro de la banda de corte. $\sigma_c=200$ kPa, $e_0=0.6$.

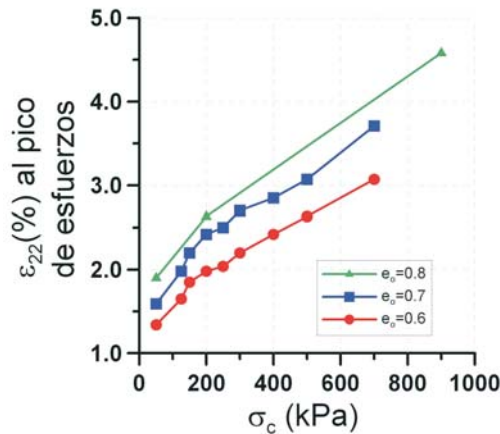


Figura 5. Deformación axial ϵ_{22} en función del esfuerzo de confinamiento σ_c en el momento en que se presenta la banda de corte “perfecta” para diferentes relaciones de vacíos inicial. 4 elementos débiles, elementos inclinados 54° .

deformaciones (K) se convierte en singular ($\text{Det } K=0$) y cumple el criterio de bifurcación [25] a deformación axial ϵ_{22} de la Figura 5. Este tensor en hipoplasticidad es simétrico por lo que deja de ser

definido positivo, conllevando a la pérdida de controlabilidad [26]. La teoría de la bifurcación muestra el momento en que el campo de deformación deja de ser homogéneo y la modelación constitutiva deja de ser válida [27]. A partir de ésta deformación axial se genera la dependencia patológica de los resultados con EF por lo que no son comparables con experimentos. Nótese que el comportamiento mecánico antes que se genere la banda de corte (ϵ_{22} menores a los de la Figura 5) no dependen de la malla (Figura 4), por lo que el comportamiento a esfuerzos menores que el pico no estarán condicionados por la geometría de la malla.

3.2. Espesor de la banda de corte

La Figura 6 presenta la relación de vacíos (e) y la deformación por corte (ϵ_{12}) en una sección transversal a la banda de corte para diferentes ubicaciones de los elementos débiles. La ubicación de los elementos débiles se denotan con F1,...,F9. F4 significa que los elementos débiles se ubican en la Fila número 4 de la malla (ele-

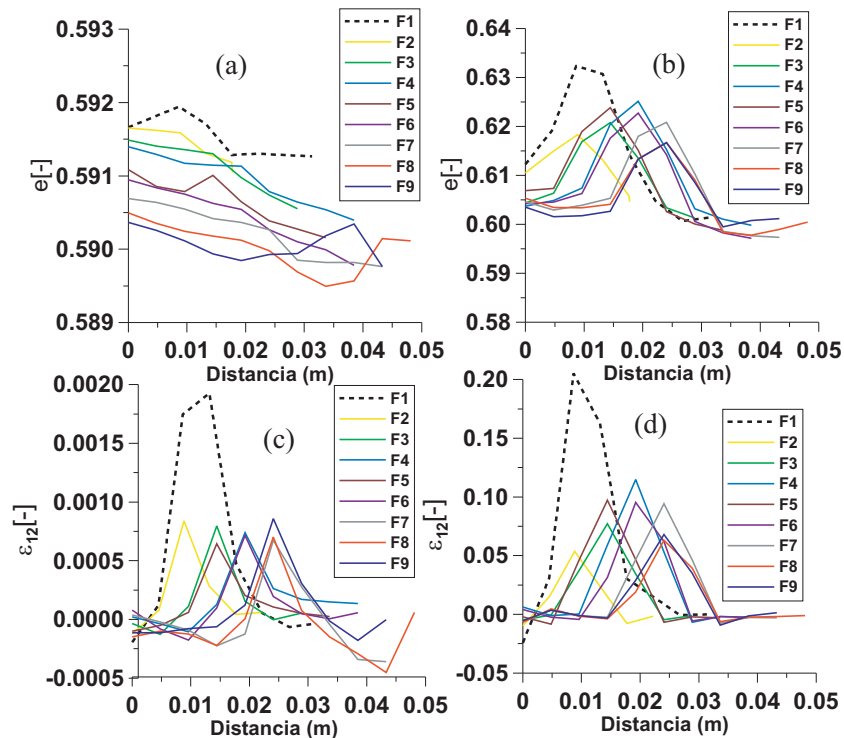


Figura 6. Relación de vacíos y ϵ_{12} en dirección perpendicular a la banda de corte para diferentes ubicaciones de 4 elementos débiles en el enmallado 65° . $e_0=0.6$, $\sigma_c=200\text{kPa}$. (a) y (c) $\epsilon_{22}=2\%$. (b) y (d) $\epsilon_{22}=8\%$.

mentos achurados Figura 2). El espesor de la banda no se ve fuertemente influenciado por la ubicación de los elementos débiles (Figura 6), a excepción de cuando se ubican cercanos al pedestal (F1) por lo que las condiciones de contorno afecta en gran medida su desarrollo. Se mide el espesor de la banda de corte en secciones de deformación por corte ε_{12} (Figura 6c y d) y relación de vacíos (Figura 6a y b). Sin embargo, a bajas deformaciones axiales ($\varepsilon_{22}=2\%$) (Figura 6a) el cambio en la relación de vacíos no es significativa, en tanto que se observa la presencia de la banda de corte en la deformación por corte (Figura 6c). Esto ratifica la razón por la que usualmente se usa ε_{12} para medir el espesor de la banda [28, 29].

Del análisis de la Figura 7 se concluye que hay un área mínima que hace que se genere la

banda de corte (es decir, el espesor de la banda de corte depende del número de elementos débiles). El área mínima que dispara la generación de las bandas de corte afecta más a ε_{12} que a la relación de vacíos.

De la Figura 8 se obtiene que el espesor de la banda de corte disminuye levemente a medida que el esfuerzo de confinamiento aumenta. Además se desarrollan mayores deformaciones por corte dentro de la banda en la malla de 65° comparada con la de 45° . Dicha situación permite concluir que el enmallado influye en los esfuerzos de corte generados dentro de la banda de corte.

Se observa en todos los casos que el espesor de la banda de corte varía entre 1.3 cm y 1.6 cm.

El tamaño medio de la arena de Karlsruhe es $d_{50}=0.05\text{cm}$. El espesor de la banda de corte

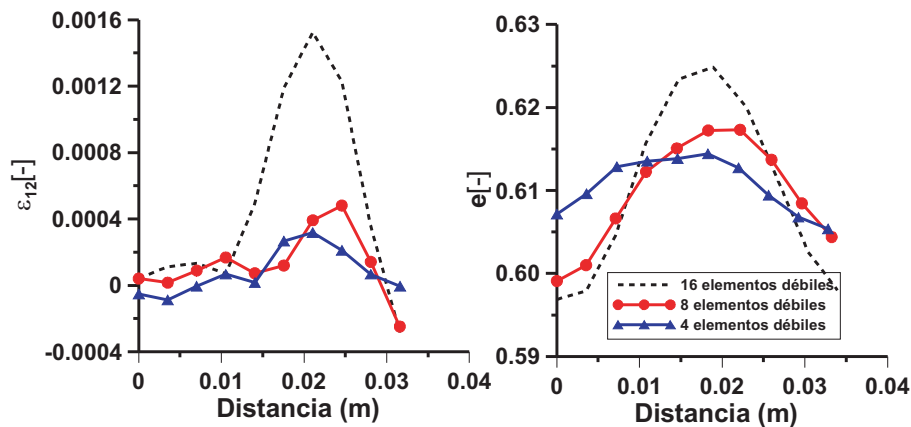


Figura 7. Deformación por corte a def. axial $\varepsilon_{22}=2\%$ y relación de vacíos a def axial $\varepsilon_{22}=12\%$ para malla inclinada 45° para diferente número de elementos débiles. $e_0=0.6$, $\sigma_c=200\text{kPa}$.

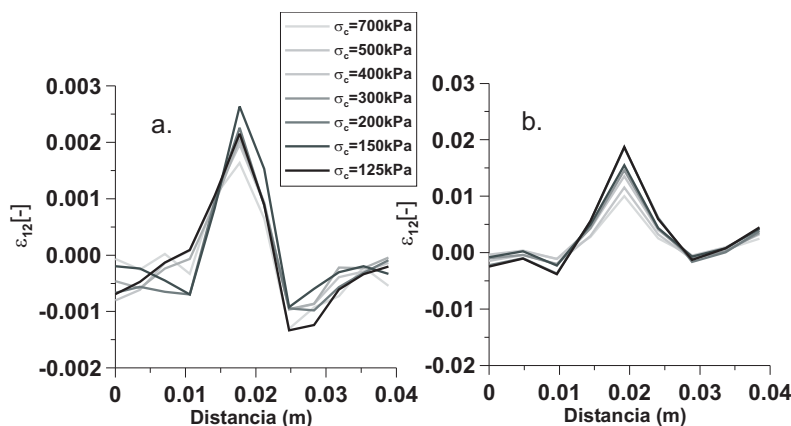


Figura 8. Deformación por corte en un corte transversal a la dirección de la banda de corte para diferentes presiones de confinamiento para deformación axial $\varepsilon_{22}=8\%$ a. Malla 45° $e_0=0.7$ b. Malla 65° $e_0=0.6$.

varía entre 26 y 32 d_{50} . En [30] reportan espesores en ensayos biaxiales del orden de $19d_{50}$ basados en un continuo de Cosserat hipoplástico. [31] reporta espesores en ensayos de laboratorio que varían entre 10-15 d_{50} . [3] reportan espesores de 16R ($R \approx d_{50}$) con el continuo de Cosserat con elastoplasticidad. Ensayos con tomografías de rayos X muestran espesores de 7-8 d_{50} [32]. De las referencias bibliográficas anteriormente citadas se obtiene que tanto a nivel experimental como a nivel de simulación, los resultados del espesor de la banda de corte presentan variabilidad. La razón más importante por la que el espesor de la banda de corte en las simulaciones difiere de las mediciones experimentales radica en que el continuo convencional carece de una *longitud característica* que regularice el problema, por lo que los resultados obtenidos son altamente dependientes del enmallado [2]. Se ha encontrado que el espesor de la banda disminuye con el tamaño del elemento en elastoplasticidad [33]. Aunque no fue objetivo del presente trabajo estudiar la dependencia del tamaño del elemento sobre la banda de corte, se encontró que el espesor de la banda de corte es del orden del tamaño del elemento,

con lo que se ratifica en hipoplasticidad las anotaciones dadas en [2 y 33] con modelos elasto-plásticos.

3.3. Inclinación de la banda de corte

La Figura 9 presenta mapa de contorno de deformación por corte para diferentes presiones de confinamiento y diferentes relaciones de vacíos con dos inclinaciones diferentes de los elementos (45° y 65°). Se excluye del análisis la malla con inclinación de 54° ya que la orientación de la banda de corte es exactamente la inclinación de los elementos. La inclinación de la banda de corte no varía en gran medida por la presión de confinamiento o por la relación de vacíos inicial de la muestra. Para la malla cuyos elementos están inclinados 45° se obtiene una inclinación de la banda de corte que varía entre 39 y 42° . En tanto que para la malla con elementos orientados a 65° , se obtiene inclinaciones de la banda de corte entre 52 y 56° . Se observa que la inclinación de la banda de corte está controlada por la inclinación de los EF.

Finalmente se menciona que la importancia del estudio de las bandas de corte radica en el

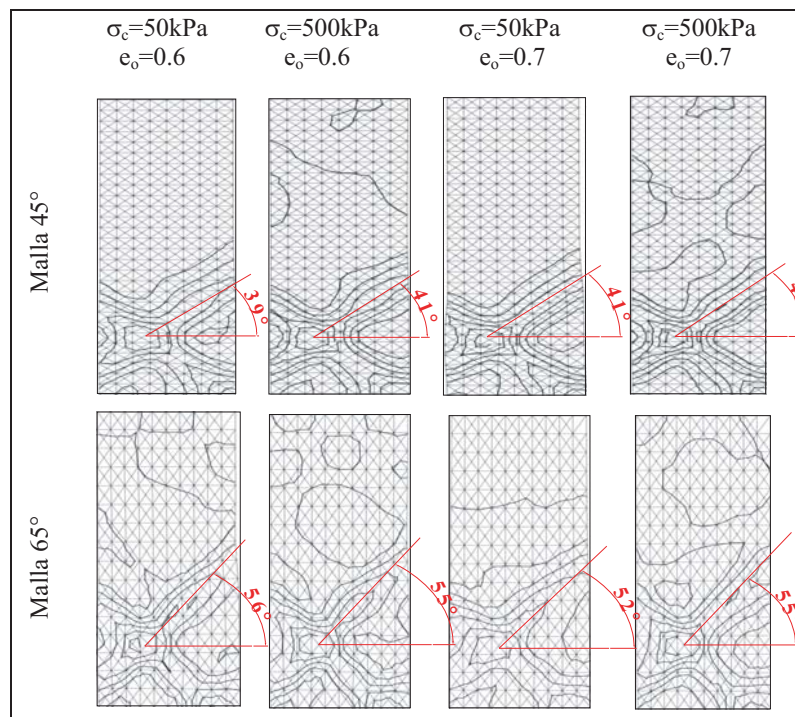


Figura 9. Inclinación de la banda de corte medida en deformación por corte ϵ_{12} para diferentes inclinaciones de los EF medida al 8% de deformación axial.

hecho de ser el precursor de la falla en geomateriales, así como el generador de mecanismos de grandes movimientos (en ocasiones es catastrófica). Es necesario tener presente que cuando se realiza análisis de EF para diseño de una estructura geotécnica (por ejemplo un talud), se infiere que en la zona donde se concentran deformaciones por corte se produce una banda de corte o zona de falla y con base en dichos resultados se prevén medidas remediales tales como refuerzos. Como se mostró, tanto el nivel de deformación como la inclinación de la zona de corte varían en función del enmallado. El refuerzo usado para estabilizar problemas geotécnicos depende de las deformaciones por corte por lo que las medidas remediales no serán objetivas. De lo anterior se recomienda la necesidad del uso, ya sea de medios continuos o de ecuaciones constitutivas que tengan en su formulación una longitud característica, cuando el problema a analizar esté ligado con la formación de las bandas de corte. Si se prevé en el análisis geotécnico que el material va a desarrollar esfuerzos menores que la resistencia máxima del material, no es necesario recurrir a técnicas regularizadoras ya que los resultados son independientes de la malla. Pero si el estado de esfuerzos está cerca de la resistencia máxima del material o si se pasa al régimen de ablandamiento por deformación, los resultados obtenidos del análisis de los EF no serán objetivos.

4. Conclusiones

El espesor de la banda de corte es independiente de la ubicación de los elementos débiles en la muestra.

Hay un área mínima de elementos débiles que hace que se presente la banda de corte, es decir, el espesor de la banda de corte depende del número de elementos débiles que se utilicen para modelación.

La forma de la banda de corte depende de la inclinación de los elementos finitos.

El comportamiento esfuerzo-deformación-resistencia dentro de la banda de corte depende de la inclinación del enmallado que se utilice para modelación.

Para una misma inclinación de enmallado, la orientación de la banda de corte no se ve fuertemente afectada por la relación de vacíos o por la

presión de confinamiento. Sin embargo la orientación de la banda de corte es fuertemente afectado por la inclinación de la malla usada.

Los resultados de la modelación con EF no dependen del enmallado usado en problemas geomecánicos con el continuo convencional a niveles de esfuerzo menores a la resistencia máxima del material. Sin embargo, cuando el estado de esfuerzos está cercano a la resistencia del material o cuando el material está en la rama de ablandamiento por deformación, los resultados de las simulaciones con EF son subjetivos ya que dependen del tipo de malla y es necesario recurrir a técnicas de regularización.

Agradecimientos

El primer autor expresa sus agradecimientos a Colciencias-Icetex, a CEiBA Complejidad - Centro de excelencia en Investigación Básica y Aplicada y a la Pontificia Universidad Javeriana por el soporte económico para el desarrollo del presente trabajo.

Referencias bibliográficas

1. Maier, T.: "Comparison of non-local and polar modeling of softening in hypoplasticity." *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol. 28, (2004) 251-268.
2. De Boerst, R., Sluys, L., Mulhaus, H. y Pamin, J.: "Fundamental issues in finite element analyses of localization of deformation". *Engineering computations*. Vol 10, (1993) 99-121.
3. Mulhaus, H. y Vardoulakis, I.: "The thickness of shear bands in granular materials." *Geotechnique*. Vol. 37, No 3 (1987) 271-283.
4. Vardoulakis, I. and Sulem, J.: "Bifurcation Analysis in Geomechanics", Blackie Academic and Professional. Glasgow, 1995.
5. Eringen, A.: "Nonlocal polar elastic continua". *International Journal of Engineering Science*. Vol. 10 (1972) 1-16.
6. Chambon, R., Matsushima, T. y Cailletie, D.: "Plastic continuum with microstructure, local second gradient theories for geomaterials: localization studies." *Internation-*

- tional Journal of Solids and Structures. Vol. 38, No 8 (2001) 8503-8527.
7. Tikhonov, A., y Arsenin, V.: Solutions of ill-posed problems. VH Winston. Washington D.C. 1977.
 8. Romano, A., R. Lancellota. y A. Marasco.: "Continuum mechanics using Mathematica. Fundamentals, applications and scientific computing". Birkhauser. 2004.
 9. Vardoulakis, I., y Goldsheider, M., "Biaxial apparatus for testing shear bands in soils". In Proceeding of 10th International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Estocolmo. Vol 4, 819-824. Balkema. (1981) Rotterdam.
 10. Drescher, A., Vardoulakis, I., y C. Han.: "A biaxial apparatus for testing soils". Geotechnical Testing Journal. ASTM 13, (1990). 226-234.
 11. Lizcano, A., Vardoulakis, I. y Goldsheider, M.: "Biaxial test on normally, anisotropically consolidated kaolin clay." In Deformation and progressive failure in geomechanics. Asaoka, A., Odachi, T., F. Oda (eds) Pergamon (1997), 223-228.
 12. Yoshida, T., Tatsuoka, F., Siddiquee, M., Kamegai, Y. y Park, C.: "Shear banding in sands observed in plane strain compression." In Localization and Bifurcation Theory for Soils and Rocks. Chambon, R., Desrues, J., Vardoulakis, I. (eds) Balkema (1994), 165-179.
 13. Iwashita, K. y Oda, M.: "Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method." Powder Technology. Vol. 109 (2000) 195-205.
 14. Nagtegaal, J., Parks, J., y Rice, J.: "On numerically accurate finite elements solutions in the fully plastic range ". Computer methods in Applied Mechanics and Engineering Vol 4 (1974) 153-178.
 15. Wells, G., Sluys, L. y de Borst R.: "A p-adaptive scheme for overcoming volumetric locking during plastic flow " Vol 191 (2002) 3153-3164.
 16. Tejchman, J. y Bauer, E.: "Modeling of a cyclic plane strain compression-extension test in granular bodies within a polar hypoplasticity." Granular matter. Vol. 7 (2005) 227-242.
 17. Wolffersdorff, P.: "A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface." Mechanics of Cohesive-Frictional Materials. Vol. 1, No. 3 (1996) 251-271.
 18. Herle, I.: "A relation between parameters of a hypoplastic constitutive model and grain properties." In Localization and Bifurcation Theory for Soils and Rocks. Adachi, T., Oka, K., Yashima, A. (eds) Balkema, (1998) pp. 91-98.
 19. Kolymbas, D.: "Introduction to hypoplasticity". Advances in Geotechnical engineering and tunneling. Balkema, Rotterdam, 2000.
 20. Lizcano, A., y Kolymbas D. "Hipoplasticidad contra elastoplasticidad (Parte 1)". Revista de Ingeniería. Universidad de Los Andes. (1999) No 10. pp 25-30.
 21. Arias, P.: "Modelo de comportamiento de suelos granulares: Estudio y determinación de sus parámetros". Tesis de Maestría en Ingeniería. Universidad de Los Andes. Bogotá. (2006).
 22. Patiño, J.: "Parámetros hipoplásticos de la Arena del Guamo, Colombia". Tesis de Maestría en Ingeniería. Universidad de Los Andes. Bogotá. (2006).
 23. Herle, I. y Gudehus, G.: "Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies" Mechanics of cohesive frictional matter, Vol 4 (1999) 461-486.
 24. Bauer, E.: "Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular materials" Soils and Foundations Vol. 36 No 1 (1996) 13-26.
 25. Ramos, A., Lizcano, A. y Castilla, D.: "Teoría de la bifurcación aplicada a la localización de la deformación en un modelo constitutivo hipoplástico." In XII Congreso Colombiano de Geotecnia. Bogotá (2008). Sociedad Colombiana de Geotecnia.
 26. Imposimato, S. y Nova, R.: "An investigation on the uniqueness of the incremental response of elastoplastic models for virgin

- sand". *Mechanics of cohesive-frictional materials*, Vol. 3 (1998) 65-87.
27. Rice, J., y J. Rucnicki.: A note some feature of the theory of localization of deformation. *International Journal of solids and structures*. Vol 16 (1980) 597-605.
 28. Tejchman, J.: "FE analysis of contractant shear zones in loose granular materials." *Granular matter*. Vol. 9, (2007) 49-67.
 29. Oda, M. e Iwashita, K.: "Study on coupled stress and shear band development in granular media based on numerical simulation analysis." *International Journal of Engineering Science*. Vol. 38 (2000) 1713-1740.
 30. Tejchman, J. and Niemunis, A.: "FE-studies on shear localization in an anisotropic micro-polar hypoplastic granular material". *Granular matter*. Vol. 8 (2006) 205-220.
 31. Vardoulakis, I.: "Shear band inclination and shear modulus in biaxial test". *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol. 7 (1980) 103-119.
 32. Oda, M., Takemura, T., y Takahashi M. "Microstructure in shear band observed by microfocus X-ray computed tomography". *Geotechnique*. Vol. 54, No 8 (2004) pp. 539-542.
 33. Sluys, L.: Wave propagation, localisation and dispersion in softening solids. *Disertación doctoral*. Delft University of Technology. (1992).

Recibido el 3 de Septiembre de 2009

En forma revisada el 12 de Abril de 2010