

# Influence of geometric and loads parameters on excessive thinning and planning during tube bending process

**Jorge Luis Hurtado<sup>1</sup>, Jorge Moya Rodríguez<sup>2</sup>, Javier Cárdenas<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Universitario Experimental de Tecnología de La Victoria. Av. Universidad (al lado del Comando de FAN – Peaje). Municipio José Félix Ribas. Estado Aragua. Venezuela. Telf.: 0058-244-3214620-3211856 Apartado 109- Código Postal 2121-IUET-LV. [jorgeluis946@gmail.com](mailto:jorgeluis946@gmail.com); [jorgeluis946@yahoo.es](mailto:jorgeluis946@yahoo.es)

<sup>2</sup>Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas. Santa Clara, Villa Clara. Telf.: 0058-53-42-214408. Reparto Santa Catalina, CP 50 300, Cuba. [jorgemoyar@gmail.com](mailto:jorgemoyar@gmail.com)

## Abstract

Tube bending is a process used in various industrial applications. There are different methods for this purpose; one of them is rotary draw bending of tubes. During this process occur deformations of the cross section of pipe that cause variations in the thickness of the wall and on the radio. A procedure for analyzing the influence of axial effort and internal pressure to reduce defects is showed in this paper. A new mathematical model and its evaluation using software are discussed.

**Key words:** rotary draw bend of tubes, defects.

## Influencia de los parámetros geométricos y de carga en los defectos que ocurren en el proceso de doblado de tubos por arrastre

### Resumen

El doblado de tubos es un proceso utilizado en diferentes aplicaciones industriales. Existen diferentes métodos para este propósito, uno de ellos es el doblado de tubos por arrastre. Durante este proceso se producen deformaciones en la sección transversal del tubo que ocasionan variaciones en el espesor de la pared y en el radio. En el presente trabajo se muestra un procedimiento para evaluar la influencia del esfuerzo axial y la presión interna en el engrosamiento o afinamiento de la pared y en la variación del radio del tubo. Se utiliza un nuevo modelo matemático y su evaluación utilizando un software.

**Palabras clave:** doblado, tubos, defectos.

### Introducción

Un problema típico en la industria de producción de piezas que tiene que ver con el doblado de tubos es la aparición de tres defectos que pueden hacer inservible la pieza doblada:

1. El adelgazamiento de las paredes del tubo en la parte externa de la curva.

2. El aplanado de la pared externa de la curva en el tubo.

3. La formación de arrugas en la parte interna de la curva.

Muchos autores (Z Jim [1], Wang X. [2], Strano [3]) insisten en que este es uno de los problemas fundamentales del doblado de tubos, en la parte más externa del tubo, donde mayor es el

radio de curvatura en el doblado, aparecen tensiones de tracción, mientras que en la parte interior (menor curvatura) aparecen tensiones de compresión. Ello está directamente relacionado con el afinamiento de la pared del tubo en la parte exterior y el engrosamiento en la parte interior [4]. En la actualidad se han desarrollado varios trabajos por diferentes autores para tratar esta problemática, destacándose los trabajos de Lazarescu [5], Achimas [6] y Gh.A [7] que desarrollan un modelo por elementos finitos para la simulación del proceso de doblado de tubos. Uno de los trabajos más completos en este sentido es el trabajo de Wang [8], donde se analiza la influencia de las cargas externas en el adelgazamiento o engrosamiento y aplanamiento de la pared del tubo. Por su parte, Strano [3] analiza un procedimiento para diseñar automáticamente las herramientas que intervienen en el proceso de doblado de tubos. Los investigadores Wang [2] y Yang [9], desarrollan un procedimiento basado en un método energético para determinar el mínimo radio de curvatura a usar con vistas a evitar el arrugamiento de la zona de menor radio de curvatura del tubo durante el proceso de doblado. Del análisis anterior se puede apreciar que el doblado de tubos es una temática estudiada en la actualidad, pero quedan aún aspectos por definir en cuanto a parámetros geométricos y de carga óptimos durante el proceso.

## Desarrollo

En el doblado de tubos por arrastre intervienen 5 herramientas fundamentales: los dados

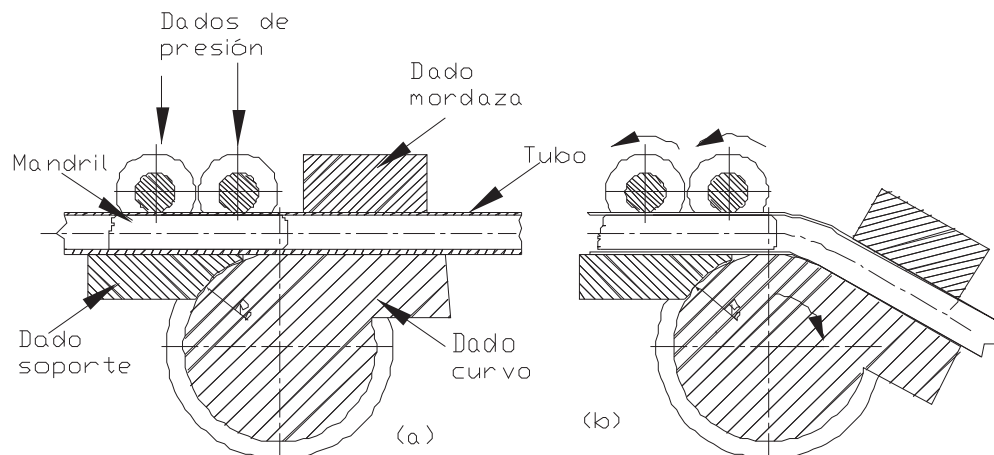


Figura 1. Herramientas que intervienen en doblado de tubos por arrastre.

(curvo y de presión, mordaza y soporte) y mandril interno, tal como se ilustra en la Figura 1. En el lado izquierdo de esta figura se indica el momento ante inicial del doblado y del lado derecho el doblado en proceso. Para poder analizar correctamente este proceso y evaluar la influencia de todos los parámetros que intervienen es necesario recurrir en primer lugar a un modelo matemático que lo describa realmente y a técnicas de optimización. No obstante, previamente hay que evaluar la influencia de la variación del esfuerzo axial y la presión interna en el adelgazamiento y aplanamiento del tubo de acuerdo con Wang [8].

En la Figura 2 se ilustra el estado de esfuerzos a que está sometido el tubo durante el proceso de doblado, en el tubo aparecen esfuerzos a tracción  $\sigma_{xm}$  y  $\sigma_{xf}$  en la sección transversal ocasionados por el momento flector de doblado  $M$  y por la carga a tracción  $F$ , el trabajo del mandril se simula como una presión interna  $P_i$ , y a consecuencia de estos esfuerzos aparece también cierto esfuerzo circunferencial  $\sigma_c$ . Toda la deformación ocurre dentro del ángulo  $\theta$ , y el análisis se realiza para un segmento elemental ubicado a cierto ángulo  $\alpha$  dentro de la sección transversal del tubo.

En la Figura 2,  $d\alpha$  es el ángulo elemental del segmento elemental analizado,  $R$  es el radio de doblado y  $y$  es la distancia vertical entre el centro del segmento elemental y el centro del tubo.

Los defectos que aparecen en el proceso de doblado se pueden observar en la Figura 3.

### Modelo matemático

Partiendo de los esquemas anteriores y desarrollando un procedimiento matemático, combinando los criterios de Duncan [10], Wang [8] y Yan [9], se puede arribar a las expresiones para determinar el adelgazamiento y aplanamiento de la pared del tubo.

Según Duncan [10], las deformaciones producidas en el proceso son (Figura 4):

$$\epsilon_x = \epsilon_{xm} + \epsilon_{xf} = \frac{y}{R} + \frac{e}{R} \tag{1}$$

donde:  $e$  es el desplazamiento del eje neutro,  $\epsilon_{xm}$  es la deformación axial producida por el esfuerzo

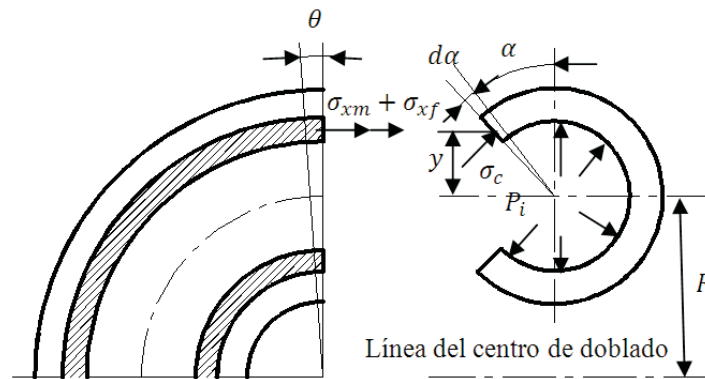


Figura 2. Esfuerzos en el proceso de doblado de tubos por arrastre.

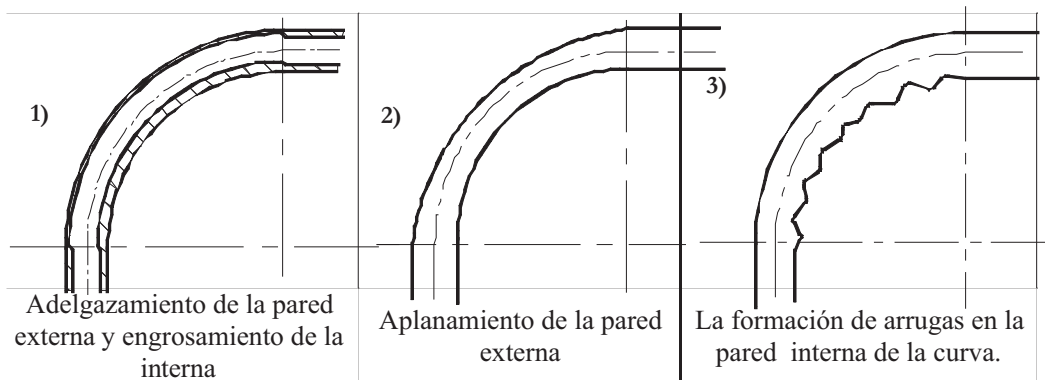


Figura 3. Defectos típicos en los procesos de doblado de tubos por arrastre.

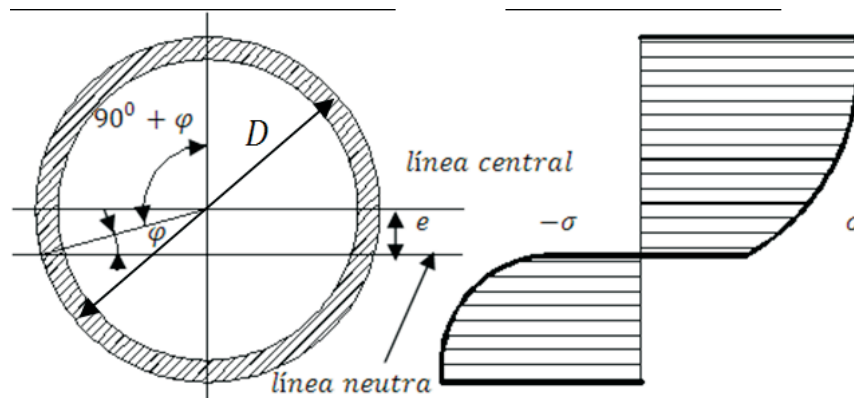


Figura 4. Desplazamiento del eje neutro.

$\sigma_{xm}$ ; y  $\varepsilon_{xf}$  es la deformación axial producida por el esfuerzo  $\sigma_{xf}$ .

Según Wang [8]

$$y = r * \cos \alpha \quad (2)$$

donde:  $r$  es el radio medio del tubo, y se calcula:

$$r = \frac{D - t}{2} \quad (3)$$

donde:  $D$  es el diámetro externo del tubo y  $t$  es el espesor de la pared del tubo.

Además:

$$\varphi = \text{sen}^{-1} \left( \frac{F}{2Ytr} \right) \quad (4)$$

donde:  $\varphi$  es el ángulo que define la magnitud del desplazamiento  $e$  (Figura 4) y  $Y$  es el límite de fluencia del material del tubo

De la Figura 4 se puede apreciar que:

$$e = r * \text{sen } \varphi \quad (5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2) y (5) en la ecuación (1), se tiene:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{xm} + \varepsilon_{xf} = \frac{y}{R} + \frac{e}{R} = \frac{r}{R} (\cos \alpha + \text{sen } \varphi) \quad (6)$$

El cambio de espesor de la pared y la distorsión de la sección transversal se pueden derivar de las tensiones y deformaciones debidas a las cargas. El engrosamiento y adelgazamiento de las paredes interna y externa de la curva se encuentran a partir de la deformación radial, según Wang [8]

$$t_\alpha = (1 + \varepsilon_r)t \quad (7)$$

donde:  $t_\alpha$  es el espesor de la pared del tubo en un determinado ángulo  $\alpha$  y  $\varepsilon_r$  es la deformación radial en el tubo.

Según Wang [8]  $\varepsilon_r$  se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_r = \frac{(\sigma_{xm} + \sigma_{xf})(K + 1) - \frac{P_i r}{2t}(K + 3)}{(\sigma_{xm} + \sigma_{xf})(K - 2) - \frac{P_i r}{2t}K}$$

$$\left[ \frac{r}{R} (\cos \alpha + \text{sen } \varphi) \right] \quad (8)$$

donde:  $K$  es el coeficiente de la deformación variable (Wang [8]) en el tubo, y se calcula:

$$K = \ln \frac{R + r}{R + \cos \alpha} \quad (9)$$

Entonces sustituyendo la ecuación (8) en la (7) la variación del espesor de la pared del tubo en la curva es:

$$t_\alpha = \left\{ 1 + \frac{(\sigma_{xm} + \sigma_{xf})(K + 1) - \frac{P_i r}{2t}(K + 3)}{(\sigma_{xm} + \sigma_{xf})(K - 2) - \frac{P_i r}{2t}K} \times \left[ \frac{r}{R} (\cos \alpha + \text{sen } \varphi) \right] \right\} t \quad (10)$$

Según Wang [8] el esfuerzo producido por el momento flector,  $\sigma_{xm}$  se calcula:

$$\sigma_{xm} = \pm \frac{Y}{\sqrt{K^2 - K + 1}} \quad (11)$$

Según Wang [8] el esfuerzo producido por la carga axial  $\sigma_{xf}$  se calcula:

$$\sigma_{xf} = \frac{F}{2\pi r t} \quad (12)$$

La distorsión de la sección transversal según Wang [8] es causada por la deformación circunferencial en el tubo  $\varepsilon_c$  y esta se puede calcular de la siguiente manera:

$$\varepsilon_c = \frac{(\sigma_{xm} + \sigma_{xf})(2K - 1) + \frac{P_i r}{2t}(2K + 1)}{(\sigma_{xm} + \sigma_{xf})(K - 2) + \frac{P_i r}{2t}K} \left[ \frac{r}{R} (\cos \alpha + \text{sen } \varphi) \right] \quad (13)$$

La variación de la magnitud del radio según Wang [8] se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$r_\alpha = (1 + \varepsilon_c)r \quad (14)$$

Sustituyendo la ecuación (13) en la (14) el radio del tubo en cualquier ángulo  $\alpha$  se calcula:

$$r_\alpha = \left[ 1 - \frac{(\sigma_{xm} + \sigma_{xf})(2K - 1) + \frac{P_i r}{2t}(2K + 1)}{(\sigma_{xm} + \sigma_{xf})(K - 2) + \frac{P_i r}{2t}K} \times \left[ \frac{r}{R}(\cos \alpha + \sen \varphi) \right] \right] r \quad (15)$$

Para poder determinar la influencia de la fuerza axial y la presión interna así como los parámetros geométricos del tubo en la aparición de defectos se aplicó al modelo matemático descrito anteriormente mediante el software MATHEMATICA 7, teniendo como variables independientes las siguientes.

- a. Variables geométricas: diámetro del tubo ( $D$ ), espesor de la pared del tubo ( $t$ ) y el radio del doblado ( $R$ )
- b. Variables de propiedades: material del tubo.
- c. Variables de carga: carga axial y presión interna.

Y como variables dependientes las siguientes: calidad en el producto final medida a través del aplanamiento y adelgazamiento de la pared externa del tubo doblado.

### Restricciones

Las restricciones son todos aquellos valores que tienen que satisfacer, como condiciones, los

parámetros variables para considerar que el diseño es correcto. Por tales razones, todas las restricciones dependen de los parámetros variables y se definen matemáticamente como limitaciones específicas, inferiores o superiores, impuestas sobre las variables de diseño o sobre los parámetros asignados en forma de ecuaciones e inecuaciones.

En el caso del doblado de tubos por arrastre las restricciones a considerar según la experiencia del autor de este trabajo son las siguientes:

- Material: acero de bajo carbono (1020), límite de fluencia  $Y = 350$  Mpa.
- Diámetro del tubo [mm]: 15,875; 19,05; 22,225; 25,4; 31,75; 38,1; 44,45; 50,08; 57,15.
- Espesor de pared [mm]: 0,9; 1,1; 1,5; 2.
- Relación radio de doblado entre diámetro del tubo  $DOB = \frac{R}{D}$ : 1,5; 1,75; 2; 2,5 y 3.
- Esfuerzos axiales: 30; 40 y 50 Mpa.
- Presión interna: 14; 16 y 18 Mpa.

### Resultados

En las Figuras 5 y 6 se muestran los resultados de la corrida del programa MATHEMATICA7, se tomó una presión interna constante  $P_i = 16$  Mpa, y se varió el esfuerzo axial en  $\sigma_{xf} = 30, 40$  y  $50$  Mpa, en un tubo de 25,4 mm de diámetro, con espesor de pared  $t = 0,9$  mm, un radio de doblado  $R = 50,8$  mm.

En las Figuras 7 y 8 se muestran los resultados de la corrida del programa MATHEMA-

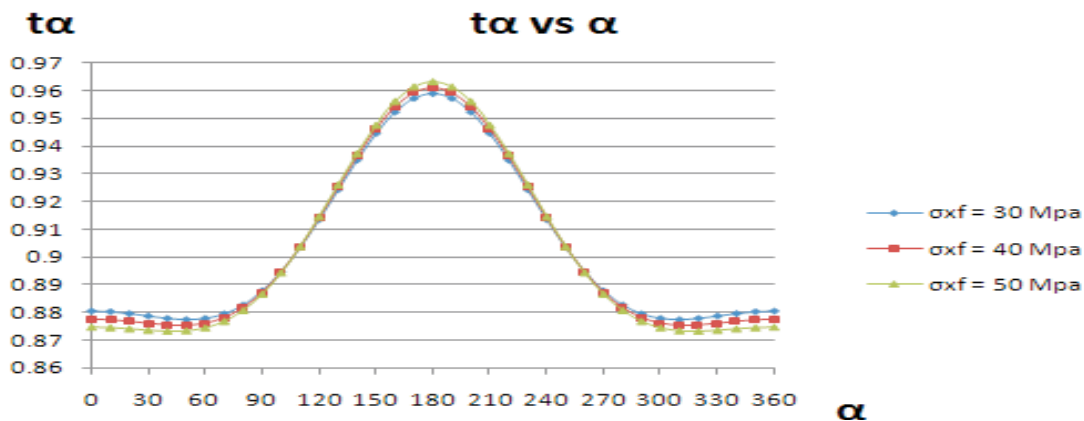


Figura 5. Variación del espesor de pared con la presión interna constante y el esfuerzo axial variable.

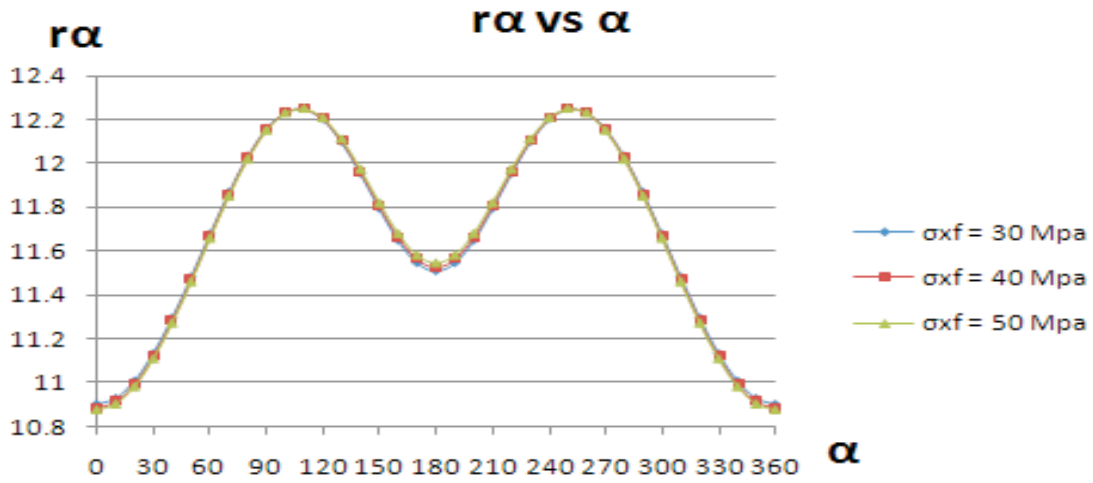


Figura 6. Variación del radio del tubo con la presión interna constante y el esfuerzo axial variable.

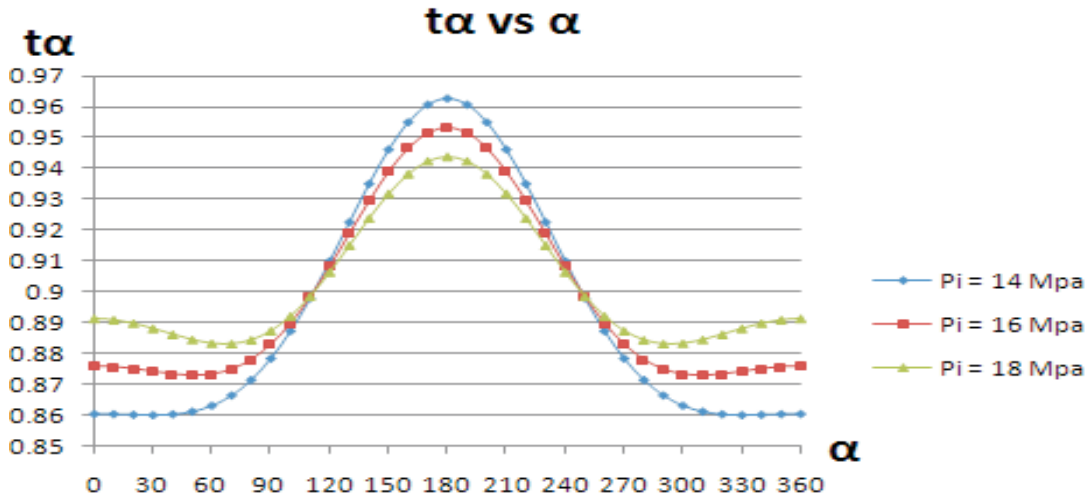


Figura 7. Variación del espesor de pared del tubo con el esfuerzo axial constante y la presión interna variable.

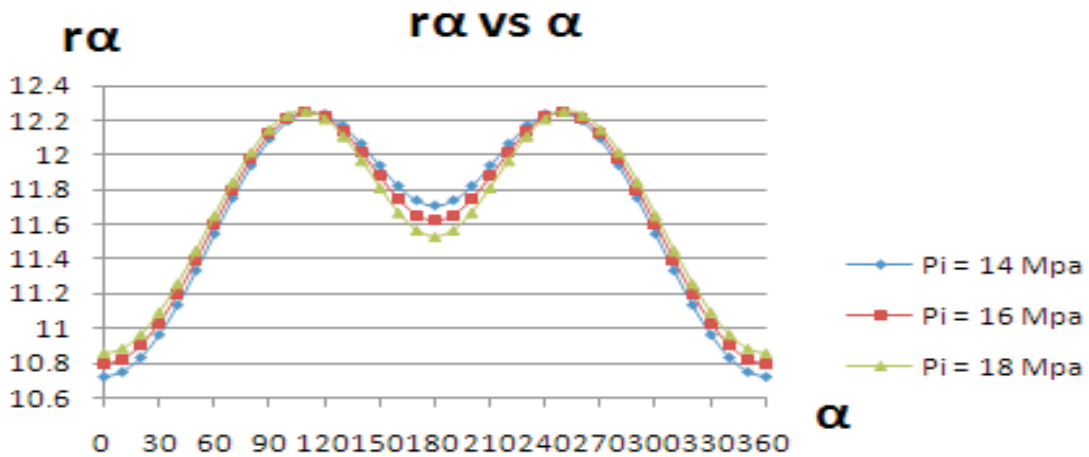


Figura 8. Variación del radio del tubo con el esfuerzo axial constante y la presión interna variable.

TICA7 con la misma geometría anterior, se tomó un esfuerzo axial constante  $\sigma_{xF} = 40$  Mpa y la presión interna se varió en 14; 16 y 18 Mpa.

La zona de mayores valores del incremento del espesor del tubo corresponde a la parte inferior del mismo durante el proceso de doblado, donde se producen tensiones de compresión y un engrosamiento de la pared, sin embargo, en el resto de las zonas del tubo lo que se produce es un adelgazamiento de la pared. En la Figura 5 se observa que este efecto es más pronunciado a medida que aumenta el esfuerzo axial. Asimismo en la Figura 6 se puede observar la variación del radio, el cual disminuye en las zonas sometidas a máxima compresión y tracción y aumenta en las zonas donde el ángulo  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  y  $\frac{3\pi}{2}$ . Un efecto contrario se puede ver en las Figuras 7 y 8, cuando se incrementa la presión interna disminuyen el adelgazamiento y engrosamiento de la pared del tubo y la distorsión de la magnitud del radio.

### Conclusiones

1. Como se aprecia en las Figuras 5 y 6, la magnitud de la carga axial tiene una gran influencia en el aumento o disminución del espesor de pared y del radio del tubo.
2. Como se aprecia en las Figuras 7 y 8, la magnitud de la presión interna tiene una gran influencia en el aumento o disminución del espesor de pared y del radio del tubo.
3. Se formuló un modelo matemático de un proceso de doblado de tubos por arrastre, lo cual permitirá en un futuro la optimización de dicho proceso de doblado.
4. Se obtienen los valores de carga axial y presión interna óptimos, para el doblado de tubos por este método.
5. La utilización de este método de optimización permite la mejora de la calidad de los productos terminados, el establecimiento de cargas para cada caso específico y, por lo tanto, la posibilidad del cálculo de las longitudes de los tubos iniciales y topes longitudinales, todo esto puede repercutir en un ahorro de tiempo y costo en la producción al poder evitar el desarrollo de los prototipos por ensayo y error.

### Referencias bibliográficas

1. Jin, Z., S. Luo, Fang X. D.: "KBS-aided design of tube bending processes". Engineering Application of Artificial Intelligence, Vol. 14 (2001) 599-606.
2. Wang, X. and J. Cao: "Wrinkling Limit in Tube Bending". Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 123, (2001) 430-435.
3. Strano, M.: "Automatic tooling design for rotary draw bending of tubes". International Journal of Advantages of Manufacturing Technologies, Vol. 26, (2005) 733-740.
4. Stachowicz F.: "Bending with upsetting of copper tube elbows". Journal of Materials Journal of Materials Processing Technology, Vol. 100, (2000) 236-240.
5. Vasile Adrian Ceclan, George Achimas, Lucian Lazaresku, Florica Mioara Groze: "Finite element simulation in tube press bending process". 7<sup>th</sup> International Multi-disciplinary Conference. Baia Mare, Romania, (2007) May 17-18.
6. Achimas, Gh., Crisan. L., Lazarescu L.: "Quality Assurance of the Bent tubes Using finite Element Simulation". 3<sup>rd</sup> International Congress on Precision Machining (ICPM). Austria, Viena: (2005). 43-48.
7. Achimas Gh., Ceclan V.A, Lazarescu L., Groze F.: "Experimental research concerning the influence of the bending radius on the wall thickness of the bent pipes." Annals of DAAAM & Proceedings, Annual, (2007) 7-11.
8. Wang, J. and R. Agarwal: "Tube Bending Under Axial Force and Internal Pressure". Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 128, (2006) 598-605.
9. Yang, H. and Y. Lin: "Wrinkling analysis for forming limit of tube bending processes". Journal of Materials Processing Technology, Vol. 152, (2004) 363-369.
10. J. L. Duncan, Z. Marciniak, S. J. Hu: "Mechanics of Sheet Metal Forming", Butterworth-Heinemann Pub., USA (2002).

Recibido el 6 de Abril de 2010

En forma revisada el 25 de Abril de 2011

# Superconductor state in a long wire: unidimensional Ginzburg-Landau model

José José Barba Ortega<sup>1</sup>, Ariel Rey Becerra Becerra<sup>2</sup>,  
Álvaro Herrera Carrillo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, Avenida Luiz Freyre s-n.  
Cidade Universitaria, CEP. 50670-190. Recife, Pernambuco, Brasil.  
Telf. 55.81.2126.2288, fax 55.81.32710359. josejbarba@df.ufpe.br

<sup>2</sup>Grupo Integrar, Departamento de Física y Geología, Universidad de Pamplona.  
Pamplona, Colombia. Km 1 Via Bucaramanga. Telf. 57.7.5685303 arik@unipamplona.edu.co

## Abstract

The nonlinear one-dimensional Ginzburg-Landau equations (1GLE) are used to study the properties of a long mesoscopic superconducting wire surrounded by an axial external magnetic field. In the framework of the Ginzburg-Landau model, it is possible to solve the 1GLE for the states with axially symmetric distributions of the order parameter. The order parameter and magnetization curves are obtained by a simple variational model and an exact numerical method. We show that, depending on the value of the applied field and the size of cylinder radii, the magnetization curves can have diamagnetic behavior such a way ( $M < 0$ ) as Paramagnetic ( $M > 0$ ). Also it is noted that the value of the order parameter in the boundary diminishes when the Ginzburg-Landau parameter is increased. We obtain a good agreement between the results based on self-consistent solution of 1GLE with those obtained by variational method.

**Key words:** magnetization, superconductor, paramagnetic.

# Estado superconductor en un hilo infinito: modelo Ginzburg-Landau unidimensional

## Resumen

Las ecuaciones no lineales de Ginzburg-Landau unidimensionales (EGLU) son usadas para estudiar las propiedades de un hilo superconductor mesoscópico rodeado por un campo magnético externo paralelo al eje del hilo. En el marco del modelo Ginzburg-Landau, es posible resolver las EGLU para estados con simetría axial del parámetro de orden. Curvas del parámetro de orden y de magnetización son obtenidas usando tanto el método variacional como un método numérico autoconsistente. Mostramos que, dependiendo del valor del campo magnético aplicado y del tamaño del radio del hilo, la curva de magnetización puede tener un comportamiento diamagnético ( $M < 0$ ) como paramagnético ( $M > 0$ ), además el valor del parámetro de orden en los bordes disminuye cuando el parámetro de Ginzburg-Landau aumenta. Obtenemos una buena concordancia entre los resultados basados en la solución autoconsistente de las EGLU con los obtenidos por el método variacional.

**Palabras clave:** magnetización, superconductor, paramagnético.

## 1. Introducción

Cuando un superconductor, localizado en un campo magnético es enfriado por debajo de su

temperatura de transición  $T_c$ , expelle todo el campo magnético de su interior, este efecto es llamado efecto Meissner diamagnético. Algunos materiales superconductores pueden atraer el campo



magnético presentando un fascinante efecto llamado Efecto Meissner Paramagnético. La teoría de Ginzburg-Landau describe este fenómeno en superconductores finitos como efectos puramente termodinámicos, causados por la presencia de vórtices dentro del superconductor. Es bien sabido que supercorrientes de apantallamiento fluyen en sentido opuesto a las corrientes producidas por el campo magnético externo  $\mathbf{H}_a$ . Estas dos corrientes contribuyen con signos contrarios al momento magnético de la muestra. El valor resultante de la magnetización  $\mathbf{M}$ , puede ser negativo (diamagnético) o positivo (paramagnético), dependiendo de la magnitud de  $\mathbf{H}_a$  [1]. En trabajos recientes, las ecuaciones de Ginzburg-Landau dependientes del tiempo con las condiciones de contorno generales han sido resueltas para analizar la configuración de vórtices en películas finas superconductoras rodeadas por diferentes materiales, se encontró una dependencia de los campos críticos termodinámicos con el tipo de material del cual esté rodeada la película, además, los estados paramagnéticos, causados por la compresión de flujo, dependen fuertemente del parámetro de DeGennes  $b$  y pueden ser completamente suprimidos para valores pequeños de  $b$  [2-4]. En el presente artículo, resolvemos las ecuaciones no lineales unidimensionales de Ginzburg-Landau [5] para un hilo infinito en presencia de un campo magnético axial. Curvas de magnetización en función del radio del hilo y del campo magnético son obtenidas, así como la dependencia del parámetro de orden con el campo aplicado para varios valores del parámetro de Ginzburg-Landau  $\kappa = \frac{\lambda}{\xi}$ , donde  $\lambda$  es la longitud

de penetración y  $\xi$  la longitud de coherencia. Las ecuaciones de Ginzburg-Landau son resueltas usando el método variacional [6] y el método de disparos [7, 8]: Mostramos una buena concordancia numérica entre los resultados obtenidos por ambos métodos.

## 2. Modelo teórico

Consideramos un hilo infinito de radio  $R$  en presencia de un campo magnético externo  $\mathbf{H}_a$  paralelo al eje del hilo. Para el caso unidimensional (simetría axial), el parámetro de orden superconductor adopta la forma  $\Psi(\rho, \varphi) = \psi(\rho)e^{iL\varphi}$  [9-11],

donde  $\rho$  es el módulo del radio vector en la sección transversal,  $\varphi$  es el ángulo azimutal y  $L$  describe el estado de momento angular o vorticidad ( $L=0, 1, 2, 3, \dots$ ) describiendo el estado Meissner ( $L=0$ ), estado de un vórtice ( $L=1$ ) y el estado de vórtice gigante ( $L>1$ ) del hilo. En las coordenadas cilíndricas usuales, el sistema de ecuaciones de Ginzburg-Landau se puede escribir en una forma adimensional:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left( \rho \frac{d\psi}{d\rho} \right) + \psi^3 - \psi + \psi \left( a - \frac{L}{\rho} \right)^2 = 0$$

$$\frac{d}{d\rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \rho a \right) = \frac{\psi^2}{\kappa^2} \left( a - \frac{L}{\rho} \right), \quad b(\rho) = \left( \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \rho a \right) \quad (1)$$

Las condiciones de contorno para el campo magnético y el parámetro de orden son:

$$\frac{d}{d\rho} b(0) = 0, \quad b(R) = h$$

$$\frac{d}{d\rho} \psi(R) = 0, \quad \left. \frac{\rho}{\psi^2} \frac{db(\rho)}{d\rho} \right|_{\rho \rightarrow 0} = -L \quad (2)$$

Las distancias son medidas en unidades de  $\xi(T)$ , el campo magnético en unidades de  $H_{C2}(T)$ , potencial vectorial en unidades de  $H_{C2}(T)\xi(T)$  y el parámetro de orden en unidades de  $\psi_\infty = \sqrt{-\alpha/\beta}$  siendo  $\alpha, \beta$  los coeficientes de Ginzburg-Landau,  $R, a$  y  $b$  son el radio adimensional del hilo, potencial vector e inducción magnética respectivamente,  $h$  es el campo magnético adimensional.

## 3. Resultados

En la Figura 1, vemos que existe una buena concordancia en los resultados obtenidos para la distribución espacial del parámetro de orden usando el método variacional (línea sólida), y el método autoconsistente (línea punteada). Podemos apreciar que la solución para el parámetro de orden obedece la relación  $\Psi \sim \rho^L$  para  $L \neq 0$  si  $\rho \rightarrow 0$  [11] tanto en el caso de vórtice simple,  $L=1$  (comportamiento lineal) como en el caso de vórtice gigante  $L=4$ .

En la Figura 2 mostramos la dependencia del parámetro de orden en función del campo

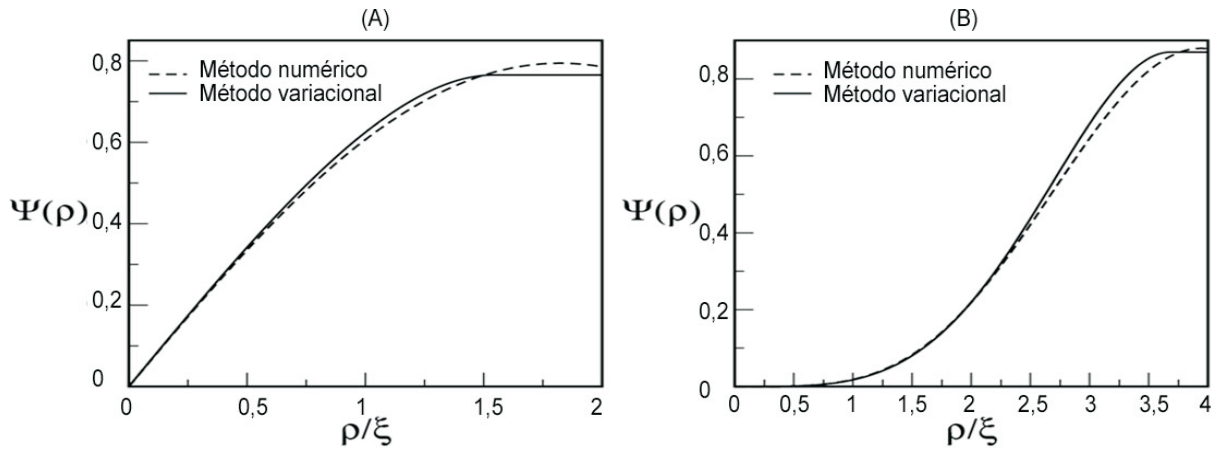


Figura 1. Distribución espacial del parámetro de orden calculada por método variacional (línea sólida), método exacto (línea punteada), para: (a)  $L=1$ ,  $\kappa=0.5$ ,  $h = 0.192$  y (b)  $L=4$ ,  $\kappa=2.5$ ,  $h = 2.92$ .

magnético externo para  $L=0$  y (a)  $\kappa=1.0$ , (b)  $\kappa=2.0$  y (c)  $\kappa=5.0$ . Cuando  $\kappa$  aumenta, el parámetro de orden cae mas suavemente para grandes valores del campo magnético. Podemos apreciar que  $\Psi=0$ , (estado normal) en  $h=1.25$  para  $\kappa=1.0$ ,  $h=2.2$  para  $\kappa=2.0$  y  $h=2.8$  para  $\kappa=5$ , el segundo campo crítico termodinámico aumenta con  $\kappa$ .

Las Figuras 3(A) y 3(B) muestran la dependencia de la magnetización  $M$  con el campo magnético aplicado. En la Figura 3(A), la curva de magnetización es graficada para un hilo de radio  $R=1.2\xi$  el cual no puede acomodar ningún vórtice, la vorticidad es  $L=0$ , presenta una transición suave del estado superconductor al estado normal, el campo magnético penetra suavemente en

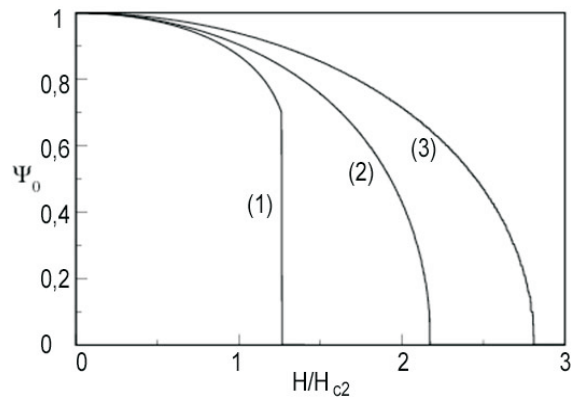


Figura 2. Parámetro de orden en función del campo magnético aplicado para (a)  $\kappa=1.0$ , (b)  $\kappa=2.0$  y (c)  $\kappa=5.0$ .

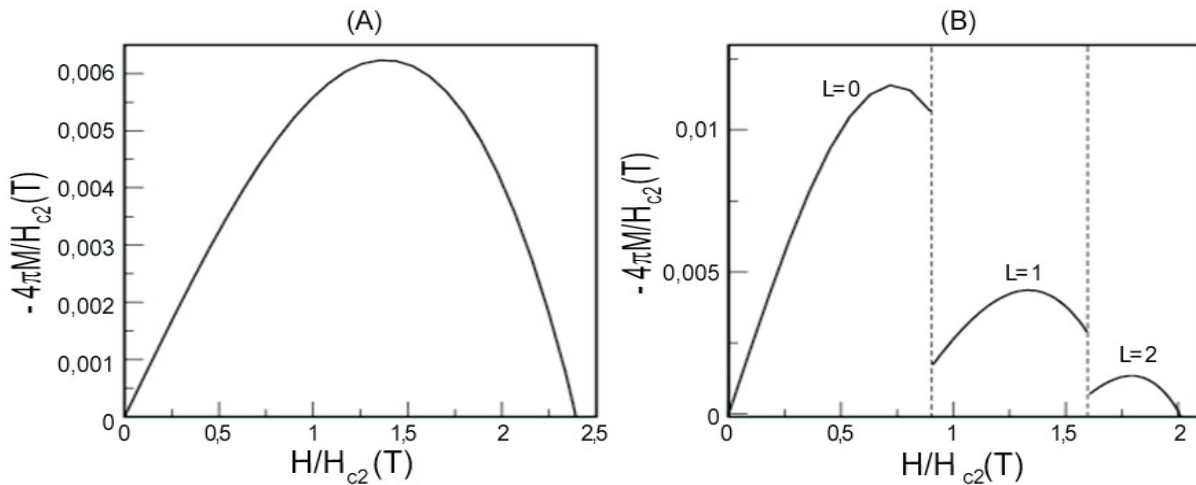


Figura 3. Curvas de magnetización como función del campo magnético externo para  $\kappa=5.0$ , (a)  $R=1.2\xi$  y (b)  $R=2.25\xi$ .

él impidiendo la formación de vórtices en su interior. En la Figura 3(B), se observan tres ramas de la magnetización para un hilo de radio  $R=2.25\xi$ , saltos discontinuos en la magnetización corresponden a la transición entre diferentes estados- $L$ . Cuando se incrementa el campo, la magnetización se empieza a desviar de la ley lineal típica del diamagnetismo perfecto, simultáneamente el parámetro de orden decrece gradualmente en la vecindad de la superficie del hilo y parte del campo externo penetra en la muestra. La sección Meissner finaliza y aparece una caída abrupta de la magnetización hacia  $h=0.88$ , donde el sistema pasa a la segunda rama correspondiente al estado de momento angular  $L=1$ , en la que es atrapado un cuanto de flujo, posteriormente el campo es aumentado pasando el sistema a la tercera rama correspondiente al estado de vorticidad  $L=2$  con la consiguiente transición del sistema al estado normal.

En la Figura 4, representamos la dependencia espacial del parámetro de orden en función del radio del hilo para  $\kappa=5, 1, 0.5$  y un campo magnético igual a  $h=1.75$ . Cuando  $\kappa$  es incrementado, el valor del parámetro de orden en la frontera disminuye. Esta supresión de la superconductividad en los bordes está relacionada con la disminución de la longitud de coherencia  $\xi$  al aumentar  $\kappa$ . El decaimiento de los electrones superconductores en la frontera es cada vez mayor conllevando a una disminución de la superconductividad en los bordes.

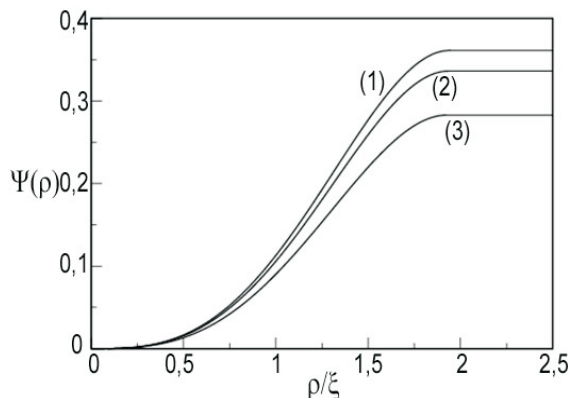


Figura 4. Distribución espacial del parámetro de orden calculada para: (1)  $\kappa=5.0$ , (2)  $\kappa=1.0$ , (3)  $\kappa=0.5$ ,  $L=3$ ,  $h=1.75$ .

La Figura 5, muestra curvas de magnetización para (A)  $\kappa=0.5$ ,  $L=1$ ,  $R=4\xi$ ; (1)  $h=0$ , (2)  $h=0.195$ , (3)  $h=0.48$  y (B)  $\kappa=1.0$ ,  $L=2$ ,  $R=2.6\xi$ . (1)  $h=0.45$ , (2)  $h=0.985$ , (3)  $h=1.52$ . En las curvas 5A(1) y 5B(1) la inducción magnética es mayor que el campo externo  $b(\rho)>0$ , por lo tanto  $M(\rho)>0$  obteniéndose curvas paramagnéticas. Igualmente sucede en las (Curvas 2) pero hasta cierto valor del radio del hilo  $R=2.25\xi$  para  $h=0.195$ ,  $\kappa=0.5$ ,  $L=1$ , y  $R=1.55\xi$ , para  $h=0.985$ ,  $\kappa=1.0$ ,  $L=2$ . Después de dichos valores observamos un típico comportamiento diamagnético  $b<h$ . Si aumentamos aún más el campo (curva 3), la muestra pasa totalmente al estado diamagnético  $M(\rho)<0$  y la inducción magnética es menor que el campo magnético externo en todo el hilo.

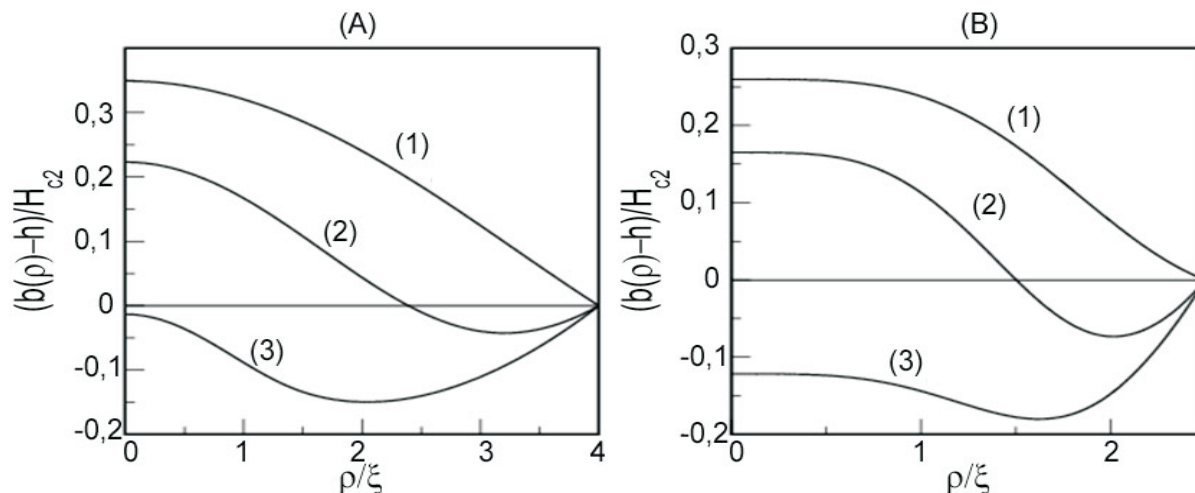


Figura 5. Curvas de magnetización para (A)  $\kappa=0.5$ ,  $L=1$ ,  $R=4\xi$ ; (1)  $h=0$ , (2)  $h=0.195$ , (3)  $h=0.48$  y (B)  $\kappa=1.0$ ,  $L=2$ ,  $R=2.6\xi$ . (1)  $h=0.45$ , (2)  $h=0.985$ , (3)  $h=1.52$ .

## 4. Conclusiones

En conclusión hemos presentado un estudio de las propiedades de un hilo infinito superconductor en presencia de un campo magnético axial. Obtenemos curvas de magnetización y del parámetro de orden en función del campo magnético aplicado y del radio del hilo. Observamos que para ciertos valores del campo aplicado obtenemos partes paramagnéticas en la curva de magnetización, esto debido a que la inducción magnética dentro de la muestra es mayor que el campo, efecto que ocurre en superconductores finitos y es debido a consideraciones puramente termodinámicas, causadas por la presencia de vórtices dentro del superconductor. Estos resultados fueron obtenidos resolviendo el sistema de ecuaciones GL unidimensional con simetría axial por dos métodos diferentes, el método variacional y un método exacto obteniendo un buen grado de concordancia entre ellos.

## Referencias bibliográficas

1. Geim A., Dubonos S., Lok J., Henini M. and Maan J.: "Paramagnetic Meissner effect in small superconductors". *Nature (London)*, 396, (1998) 144-146.
2. Barba J., Souza C., Cabral L. and Aguiar A.: "Flux trapping and paramagnetic effects in superconducting films: the role of the de Gennes boundary conditions". *Physica C: Superconductivity and its applications*, 468 (2008) 718-721.
3. Barba J. and Aguiar J.: "De Gennes parameter limit for the occurrence of a single vortex in a square mesoscopic superconductor". *Physica C: Superconductivity and its applications*, 469 (2009) 754-755.
4. Barba J. Souza C. and Aguiar J.: "Superconducting slab in contact with thin superconducting layer at higher critical temperature". *Physica C: Superconductivity and its applications*, 469 (2009) 852-856.
5. P.G. de Gennes.: "Superconductivity of Metals and Alloys", Benjamin, New York, 1966.
6. Pogosov W., Rakhmanov A. and Shapoval E.: "Vortex state in mesoscopic cylinders. Variational Approach". *Physica C: Superconductivity and its applications*, 356 (2001) 225-232.
7. Zharkov G.: "Paramagnetic Meissner effect in superconductors from self-consistent solution of Ginzburg-Landau equations". *Phys. Rev. B* 63 (2001) 214502-1 / 214502-7.
8. Zharkov G.: "First and second order transitions for a superconducting cylinder in a magnetic field obtained from a self consistent solution of the Ginzburg-Landau equations". *Phys. Rev. B* 63 (2001) 224513-1-224513-6.
9. Golubovic D., Morelle M., Pogosov W. and Moshchalkov V.: "Nucleation of superconductivity in a superconducting disk with magnetic dots". *Physica C: Superconductivity and its applications*, 404 (2004) 182-186.
10. Pogosov W., Kugel K., Rakhmanov A. and Brand E.: "Aproximate Ginzburg-Landau solution for the regular flux line lattice: Circular cell method". *Phys. Rev. B* 64 (2001) 064517-1 / 064517-8.
11. Zharkov G., Zharkov V. and Zvetkov Y.: "Ginzburg-Landau calculations for a superconducting cylinder in a magnetic field". *Phys. Rev. B* 61 (2000) 12293-12301.

Recibido el 14 de Diciembre de 2009

En forma revisada el 10 de Enero de 2011